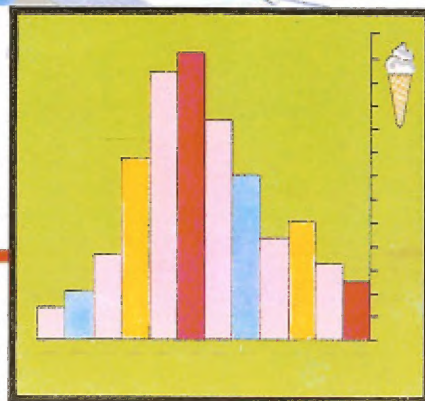


مدخل إلى

الرياضيات

مدخل إلى الرياضيات



سلسلة اوسبورن

سلسلة اوسبورن للدراسات والتدريس

المؤسسة
العربية
للدراسات
والتدريس
بالتعاون مع
سلسلة اوسبورن
مركز أبحاث
مركز أبحاث

الرياضيات

تأليف
نَائِغِلْ الانْعُدُنْ و جَانِيْتُ كُوكْ
ترجمة

د. أحمد سليم سعيدان



المستشار العام للسلسلة د. همام بشارة غصيب
استاذ الفيزياء النظرية في الجامعة الاردنية وعضو مجمع اللغة العربية الاردني
عمان - الاردن

بناية برج الكارثون
ساقية الجنزير
تلفون: ٨٠٧٩٠٠/١
برقياً: موكيال - بيروت
ص.ب: ١١٥٤١ - بيروت

المؤسسة
العربية
للدراسات
والنشر

المحتويات

٣ - ماهي الرياضيات؟	٣
٤ - عالم الأعداد	٤
٦ - النظام العشري	٦
٨ - الصفر والأعداد السالبة	٨
١٠ - استعمل عقلك	١٠
١٢ - أشكال في كل مكان	١٢
١٤ - قياس السطوح	١٤
١٦ - الدوائر	١٦
١٨ - الأبعاد الثلاثة	١٨
٢٠ - الزوايا	٢٠
٢٢ - التبولوجيا	٢٢
٢٤ - الكسور	٢٤
٢٦ - النسبة والتناسب	٢٦
٢٨ - المجموعات	٢٨
٣٠ - الإحصاء	٣٠
٣٢ - الرسوم البيانية	٣٢
٣٤ - مزيد عن الرسوم البيانية	٣٤
٣٦ - هندسة	٣٦
٣٨ - نماذج عددية	٣٨
٤٠ - الأعداد الثنائية	٤٠
٤٢ - الاحتمالات	٤٢
٤٥ - أجوبة الألغاز والأحاجي	٤٥
٤٨ - الكشف	٤٨

هذه ترجمة طبق الأصل للكتاب الذي صدر
بالإنكليزية بعنوان

Usborne Introduction to

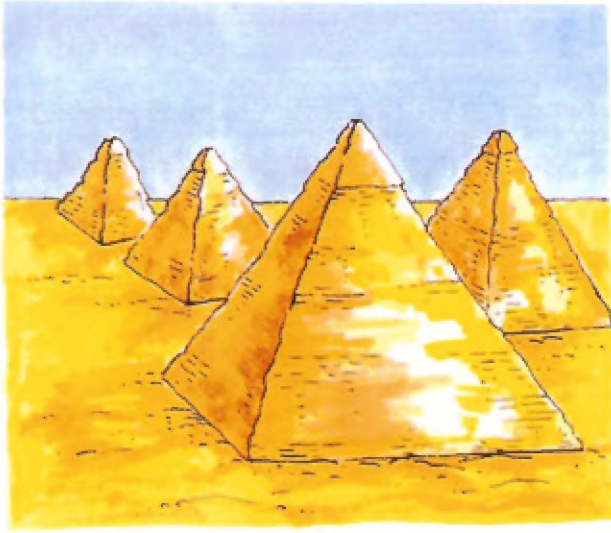
MATHS

by

Nigel Langdon and Janet Cook

الطبعة العربية الأولى ١٩٨٨

ما هي الرياضيات؟

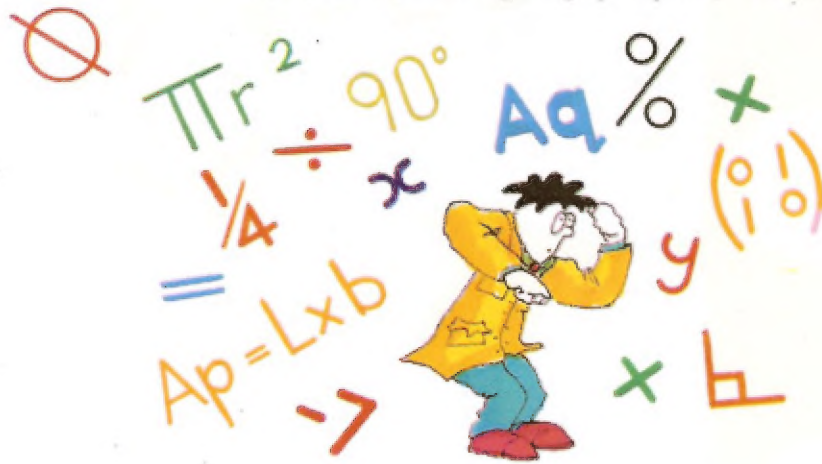


كان العرب الأوائل يُسمّون الرياضيات التّعاليم، نقلًا عن لفظة مائمتيما اليونانية، وتعني ما نتعلّمه. وهذا يُعطي بعض الجواب عن ماهية الرياضيات. فمنذ أكثر من ٤٠٠٠ سنة، منذ بُنيت أهرام مصر، إلى عصرنا هذا، عصر الجسور المعلقة وناطحات السحاب، ما زال الناس يتعلّمون عن العلاقات بين الأشكال والأعداد، كي يتعرّفوا على العالم الذي يعيشون فيه، ويُسيروا شؤونَه.

إن وُضِعَ الأقمار في أفلاكها في الفضاء، ووُضِعَ التصميم المختلف لأوراق الجدران، وقيادة السيارات - كل ذلك يعتمد على حساب الأشكال والأعداد، ودقة تقديرها، أي على الرياضيات. والذي يربط بين هذه المفاهيم المختلفة هو المنطق. والرياضيات تساعدك على التفكير على نحو أوضح، وبمنطق أسلم. وأحسن طريقة لفهم الرياضيات هي أن تأخذ ورقة وقلماً (أو حاسبة) وتحسب. وفي هذا الكتاب أسئلة والغاز وُضعت لك لتختبر نفسك بنفسك. والأجوبة موجودة على الصفحتين ٤٦ و ٤٧.



إذا كنت لا تعرف الرموز الرياضية، فستبدولك غريبة. لا تخف فهي مجرد إشارات مختزلة تدلّ على جمل بسيطة. وعندما تتعلّم أسسها، سيسهل عليك فهم الأفكار المعقدة. وعلى هذا لا تتوقع أن تفهم كل شيء دفعة واحدة. عالج الأمور واحداً واحداً.



في بعض مسائل هذا الكتاب علامات حمراء تُعيّن كم تُعطي لنفسك على الجواب الصحيح. إعمل سجلاً لعلاماتك. فعندما تفرغ من حلّ كل المسائل، راجع لوحة العلامات على صفحة ٤٧ لتقدير ما أنجزت. فإذا حُزّت على علامات عالية، فأنت رياضي فذ. وعلى صفحة ٤٥ برامج حاسوب بسيطة تختبر بها بعض النظريات الرياضية، كنظرية الاحتمالات. وهذه البرامج تصلح لمعظم أنواع الحاسوبات المنزلية. فإذا كان لديك حاسوب، فاختبر هذه النظريات. إنها برامج قصيرة لا تستغرق أكثر من بضع دقائق.



العدُّ بالعشرات :



استُعملت في الماضي عدَّة
طرق للعدِّ. إلا أنها كلّها
تعتمد على العدِّ
بالعشرات. وذلك لأن
معظم الناس يعدّون
أحياناً على أصابعهم.

إن سكان أستراليا
الأصليين يسمّون العشرة
بكلمة تعني «يدين».

... والمئات والألوف :

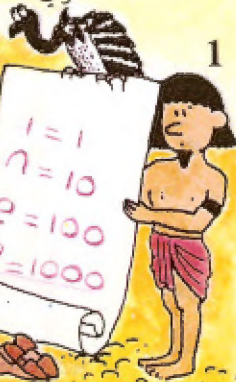
معظم الأنظمة العددية القديمة رموز مختلفة للأحاد
والعشرات والمئات والألوف. فهل تستطيع أن تُترجم
هذا العدد المصري القديم؟



دلالة أي عدد لا تعتمد على ترتيبه
ولا على موقعه.

عدد مصري

1



3



C هو الحرف الأول في كلمة لاتينية بمعنى مئة.
M هو الحرف الأول في كلمة أخرى بمعنى ألف

واستعمل الرومان فيها
بعد ٧ لتدلّ على خمسة و L
لتدلّ على خمسين



وفي القرون الوسطى استعمل العلماء اللاتين IV لتدلّ
على 4 (خمسة إلا واحداً). فما قيمة CM؟

عالم الأعداد :

هل تستطيع أن تتخيل عالماً بلا أعداد؟ إن الأعداد جزء
هام في أحيادنا اليومية، حتى ليتعدّر أن نبيع ونشتري
أو أن نعيّن الوقت، دون استعمال الأعداد. فكّر في
أي من الإنجازات التكنولوجية الحديثة، كالأقمار
الصناعية، أو أشعة الليزر، أو التلفزيون. لولا علم
الأعداد، لكانت كل هذه مستحيلة.

كم؟

إن جواب السؤال كم؟ هو دائماً عدد. إلا أن الأعداد
بذاتها قد تكون مُضِلّة.

كم بُعد النسا عن فرنسا؟



الأجوبة كلّها صحيحة. فكّر في كلمات مناسبة تُميّز
هذه الأعداد(*)

أي واحد؟

تُستعمل الأعداد أيضاً لتمييز
الأشياء وتحديدّها.
فالحافلات تحمل أعداداً،
فيُعطى عدد واحد للحافلات
التي تسير على خطّ واحد.
ولكلّ حافلة عدا ذلك عدد
خاص يميّزها.



النظام العشري:

يُتيح لنا النظام العشري كتابة أي عدد صحيح باستعمال ما لا يزيد عن عشرة رموز هي 0، 1، 2، 3، 4، 5، 6، 7، 8، 9. وقيمة كل رمز منها تتغير بتغير موقعه في العدد.



نكتب في أي منزلة من 0 إلى 9 قبل أن تنتقل إلى المنزلة التي تليها.

بقراءتنا من اليمين إلى اليسار، يدل الرقم الأول على آحاد والثاني على عشرات. وهكذا. يمكنك أن

الكسور العشرية:

وكما يمكننا هذا النظام من كتابة الأعداد الكبيرة جداً فإنه يمكننا من كتابة الأعداد الصغيرة جداً. فالكسور هي الأعداد التي تقع إلى يمين الفاصلة العشرية وتمثل أجزاء الأعشار فأجزاء المئات فأجزاء من الآلاف، وهكذا.

طول الخط الأحمر
8 سم تقريباً



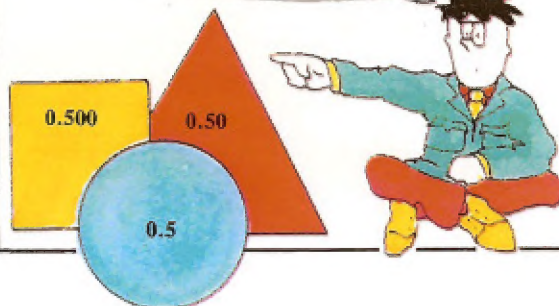
إذا قسمت المسافة بين 8، 9 إلى

عشرة أجزاء تجد أن طول الخط قريب من 8.4 سم. يمكنك أن تكون أكثر دقة بتقسيم هذه الأجزاء الصغيرة إلى عشرة أجزاء أصغر، وعندها تجد أن طول الخط 8.41 سم وإذا قسمت هذه الأجزاء الصغيرة إلى أجزاء أدق فقد تجد أن طول الخط 8.409 أو 8.411 سم.

أعمل عقلك

هل من فرق بين هذه الأعداد

أي هذين العددين أكبر

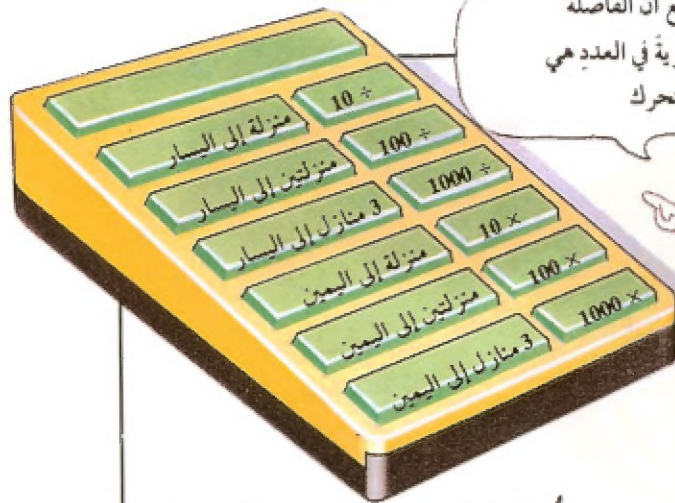


تدوير الأعداد (تقريبها) :

رغم أن النظام العشري يمكننا من كتابة الأعداد بأدق تفاصيلها، إلا أن ثلاثة أرقام مفيدة تفي بالغرض. ففي سباق المسافات الطويلة كان عدد المشاهدين 156432 وقد يقول أحدهم أن عدد المشاهدين كان 156000.



هل يمكنك تدوير هذه الأعداد.



عندما تستعمل الآلة الحاسبة في الضرب والقسمة قد يحدث أن تضغط غير الزر المطلوب، استعمل هذه القاعدة كي تتأكد أن جوابك قريب مما تتوقع.

تحريك الفاصلة العشرية : العددان التاليان هما تقريباً 300 و 3. فأولهما أكبر من الثاني بمئة مرة :

فعندما تضرب 2.974 بـ 100 يظهر كأن الفاصلة العشرية قفزت منزلتين إلى اليمين.

القسمة على كسور عشرية : عند القسمة على كسور عشرية دون استعمال الآلة الحاسبة يسهل أن تنقل الفواصل العشرية بحيث تصبح الأعداد صحيحة.

$$0.7 \div 35 \text{ تساوي } 7 \div 350$$

لعبة النرد أو (الزهر) :

هذه لعبة بين شخصين يرميان النرد أو (الزهر) بالتناوب.

الذي يسبق إلى تغطية ثلاثة أعداد في صف واحد هو الرابع.

أضرب أي عدد من أعداد هذا الجدول بالعدد الذي تحصل عليه عندما ترمي النرد.

إذا وجدت في اللوحة اليمنى عدداً يماثل جوابك فعليك أن تغطيه.



إذا وجدت في اللوحة اليمنى عدداً يماثل جوابك فعليك أن تغطيه.



0.25	2.5	3	15	12	3
6	2	2.5	0.75	1.5	5
1.5	0.5	1.25	1	6	0.06
1	3	0.25	0.5	2	0.75
0.2	1.5	6	4.5	3	1
1.5	12	2	7.5	1.5	4

الصفّر والأعداد السالبة :

ما الصفّر؟ هل هو شيء ما، أم هو لا شيء؟ هل هنالك ما هو أقل من الصفّر؟ هذه أسئلة يسهل علينا الآن الإجابة عنها، ولكنها كانت تُحير الرياضيين الأقدمين. ولذا فإن استعمال الصفّر في الرياضيات جاء متأخراً. ولم تدخل فكرة استعماله إلى أوروبا إلا في العصور الوسطى، ومصدره الهند. ودخل عن طريق العرب.



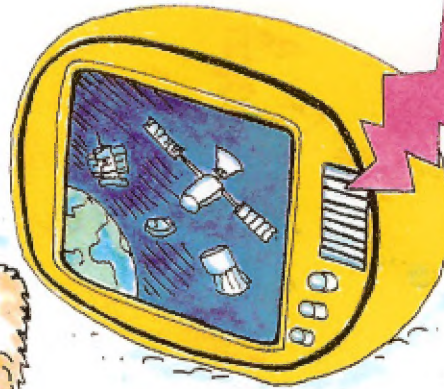
قد يدلّ الصفّر أيضاً على قياس معين. فمثلاً 0°C هي درجة الحرارة التي عندها يتجمّد الماء والأعداد السالبة تُستعمل لتدلّ على مقادير دون قياس معين. فمثلاً -11°C تعني درجة حرارة دون درجة التجمّد بإحدى عشرة درجة.



هذه الأصفار لا تعني أحاداً ولا عشرات ولا مئات. والرقم 1 يدلّ على 1000.

لقد حير الصفّر الرياضيين الأقدمين، لأنه لا يمثل شيئاً، إلا أنه يُغيّر قيم الأعداد الأخرى إذا وُضع متاحها لها.

انفصلت قاعدة الصاروخ عند ناقص 30 من لحظة الانطلاق.



تُعطي الأوقات أحياناً على شكل أعداد موجبة أو سالبة، بالنسبة إلى لحظة هامة، كالحظة انطلاق الصاروخ في الفضاء.

استعمال طريق الأعداد :

لمعرفة مجموع $-3 - 5$ ابدأ عند شريحة -3 . ولأنك ستطرح منه العدد 5، انظر إلى اليسار. والمجموع يقول اطرح 5، والخمسة موجبة. تحرك إلى الأمام خمس منازل. المربّع الذي تصل إليه هو -8 . وهذا هو الجواب.

هل يمكنك أن تحلّ $6 - 2$ و $4 + 9$ ؟



قواعد :

لجمع أيّ عددين انظر إلى اليمين. ولطرح أيّ عدد انظر إلى اليسار. إذا كان العدد موجباً، تحرك إلى الأمام وإذا كان سالباً تحرك إلى الخلف.



إرشاد رمز $4 \uparrow$ $4 \downarrow$

هناك إرشادات في أي عملية حسابية. أما إذا لم يكن مع العدد رمز فهو موجب $4 + 4$.

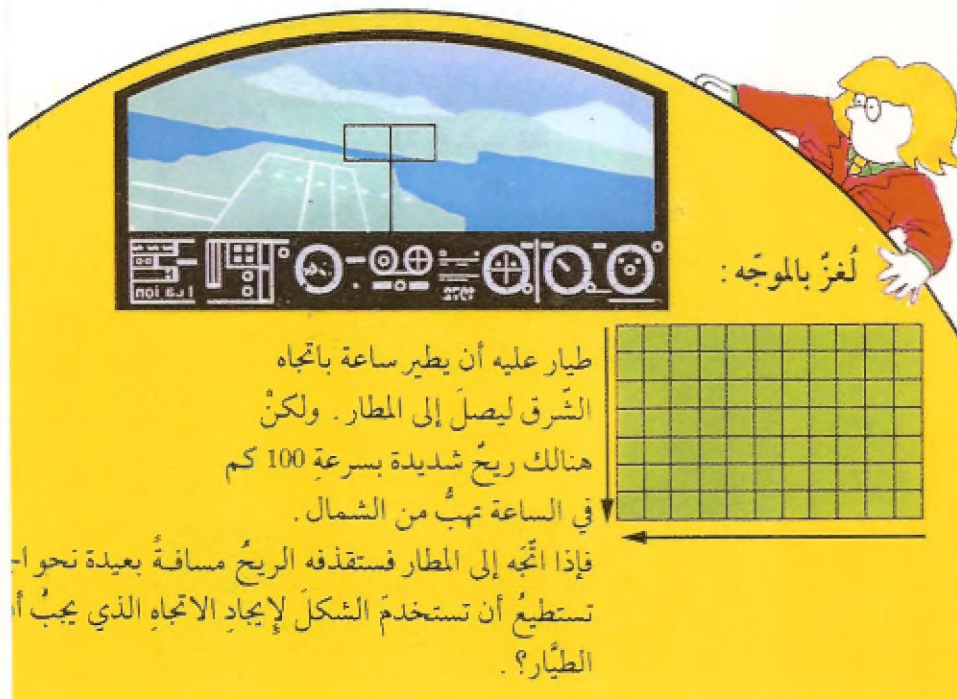
الموجّهات:

من الاستعمالات المهمّة للأعداد السالبة استعمالها مع الموجّهات. والموجّهات هي مقاديرُ تمثّلها سهام تبيّن حجمها واتّجاهها.



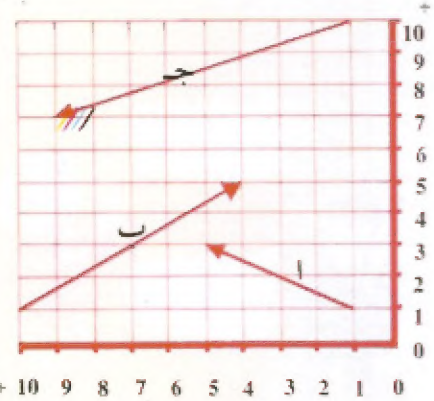
والصاروخ الذي يسيرُ بسرعة 60 كم في الثانية شرقاً يُمثّل هكذا. السالبة تدلّ على أنه يسيرُ بعكس الاتجاه الموجب (غرباً).

فالصاروخ الذي يسيرُ بسرعة 80 كم في الثانية متجهاً غرباً يُمثّل هكذا. وطول السهم يدلّ على سرعة الصاروخ.



لُغزُ بالموجّه:

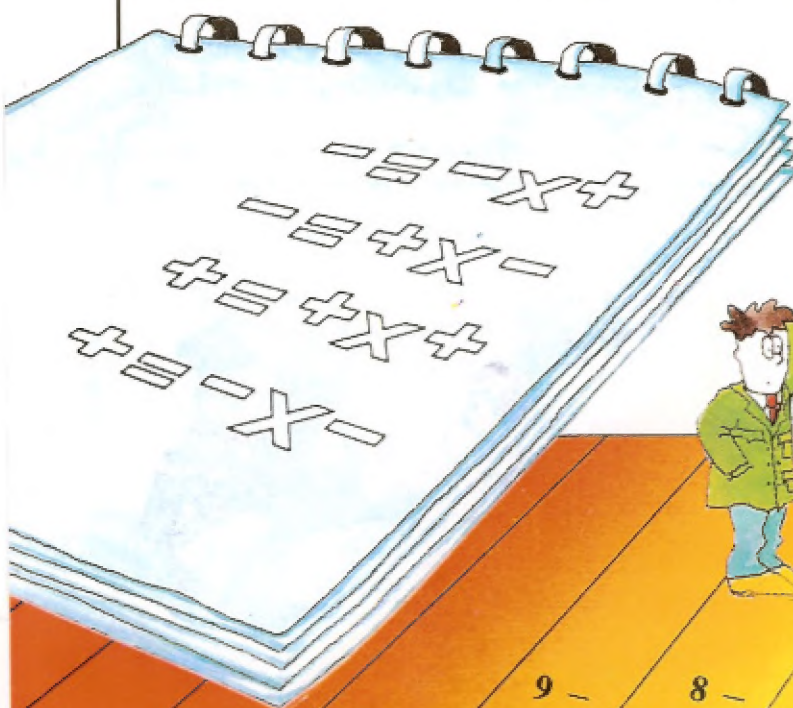
طيار عليه أن يطير ساعة باتجاه الشرق ليصل إلى المطار. ولكن هنالك ريحٌ شديدة بسرعة 100 كم في الساعة تهب من الشمال. فإذا اتّجه إلى المطار فستقذفه الرياح مسافةً بعيدة تحوّل تستطيع أن تستخدم الشكل لإيجاد الاتجاه الذي يجب أن يطيار؟



على شبكة كهذه نُعبّر عن الموجّهات بعدّدين. فالموجّه A هو (4, 2) لأنه يسيرُ 4 مربعات يميناً ومربعين إلى أعلى. فما هما الموجّهان B، C؟

ألعابٌ سريعة:

إذا تحقّقت من إجاباتك فستجد أن هذه القواعد صحيحة.



الضرب:

يمكنك أيضاً أن تستخدم طريق الأعداد في عملية الضرب. ذلك أن الضرب هو عملية جمع (أو طرح إذا كان العدد سالباً) متكررة. الفرق الوحيد هو أنك مجبر على أن تبدأ من الصفر.

$$15 = 5 + 5 + 5 + (0) = 5 \times 3$$

$$-15 = -5 + -5 + -5 + (0) = -5 \times 3$$

$$15 = -5 - -5 - -5 - (0) = -5 \times -3$$

جرّب هذه الحسابات على خطّ متّار الأعداد:
 $3 \times 1, 2 \times 4, 3 \times 2$

9 - 8 - 7 - 6 - 5 - 4 - 2 -

استعمل عقلك:

ليس من الضروري أن تكون عبقرياً حتى تُبدع في الرياضيات. بل كل ما نحتاجه هو أن تكون على معرفة بالأعداد والأشكال. فهذا يساعدك على التعرف على نماذج منها، وهو أفضل بكثير من محاولة حفظ القواعد الكثيرة عن ظهر قلب. وفي هاتين الصفحتين لمحات تساعدك في الضرب والقسمة. ليس هنالك طريقة محدودة لإحصاء الأعداد. فعليك أن تقرر بنفسك أي طريقة تسلك للحصول على الجواب الصحيح بسهولة. هل لك أن تفكر في ابتكار طرق أخرى مختصرة.

الضرب في 9

انظر إلى جدول الضرب في تسعة.

$9 = 9 \times 1$
$18 = 9 \times 2$
$27 = 9 \times 3$
$36 = 9 \times 4$
$45 = 9 \times 5$
$54 = 9 \times 6$
$63 = 9 \times 7$
$72 = 9 \times 8$
$81 = 9 \times 9$
$90 = 9 \times 10$

$$9 = 1 + 8$$

$$9 = 2 + 7$$

رقم الجواب مجموعها دائماً 9.

هل ينطبق هذا على ضرب أعداد كبيرة في 9؟

$$18 = 4 + 7 + 7$$

$$9 = 1 + 8$$

$$477 = 9 \times 53$$

احتجنا هنا إلى خطوتين إلا أن مجموع الأرقام كان 9. هذه طريقة مفيدة للتحقق من صحة الجواب. وهي تساعدك في حالة القسمة على 9. هل رقم 684 يقبل القسمة على 9؟

2، 4، 8

للضرب في 4 ضاعف العدد ثم ضاعف النتيجة مثلاً 4×21 .

$$42 = 2 \times 21$$

$$84 = 2 \times 42$$

فيكون $84 = 4 \times 21$

ولنضرب في 8 ضاعف العدد ثلاث مرات. مثلاً 8×12 :

$$24 = 2 \times 12$$

$$48 = 2 \times 24$$

$$96 = 2 \times 48$$

فيكون $96 = 8 \times 12$

والقسمة عكس الضرب. فنلقسمه على 4 نصف العدد ثم نصف النتيجة. في نتيجة $96 \div 4 = 24$

مهرج يتلاعب بالأعداد:

كان جورج يدز ماهرراً في اكتشاف طرق سهلة لحل المسائل المعقدة. ثم صار فيما بعد يعرض مهاراته على الجماهير في المعارض وفي سنة 1815 حل هذه المسألة في أقل من دقيقة، وكان عمره يومها تسع سنوات.

بعد القمر عن الأرض 123256 ميلاً. فإذا كانت سرعة الصوت 4 أميال في الدقيقة. وحدث الانفجار على سطح الأرض. فكم يقضي من الوقت حتى يسمع الانفجار على سطح القمر؟

* نعرف اليوم أن سرعة الصوت 12.5 ميل في الدقيقة

الضرب في 11

ربما كان جدول الضرب في 11، أسهل الجداول.

22، 33، 44، 55، 66، 77، 88، 99، ...

إليك طريقة سهلة لضرب 11 في عدد من منزلتين:

$$297 = 11 \times 27$$

ضع عرباً

جمع دوا

جرب هذه الطريقة في أعداد أخرى.





عقل إلكتروني:

نحن في عصر الحاسبة والحاسوب. ومع ذلك يستطيع العقل البشري أن يعمل بسرعة عجيبة. وربما كانت شاكنتالا ديفي أسرع الرياضيين في العالم. إنها تعيش في بنغالور في الهند، ولكنها تقضي معظم وقتها سائحة في العالم تعرض مهارتها. ألفت محاضرة مشهورة في تكساس. فسألها الحاضرون: ما العدد الذي إذا ضرب في نفسه 23 مرة يُعطي هذا الجواب؟

91674867692003915809866092758538016248310668014430862
224071265164279346570408670965932792057674808067900227
83016354924852380335745316935111903596577547340075681
688305620821016129132845546805780158806771

لقد حلت شاكنتالا هذه المسألة في خمسين ثانية. وأراد الطلاب أن يتحققوا من صحة جوابها، فاستعملوا حاسوب يونيفاك 1108 فصرف الحاسوب دقيقة كاملة، ثم أيد صحة جوابها. ولكن برجة المسألة في الحاسوب احتاجت إلى تعليمات عددها 13,000.

الضرب في 15:

للضرب في 15 تدكر أن 15 هي 10 ونصف عشرة
مثال: 15×32

$$320 = 10 \times 32$$

$$160 = 5 \times 32$$

جمع الجوابين: 480

وهكذا فإن $15 \times 32 = 480$

حرب تجد مجموع ما يلي:

$$15 \times 36$$

$$15 \times 36$$

$$15 \times 92$$

الضرب في 10:

للضرب في 10 ضع صفراً على اليمين لتغير منازل الأرقام. مثال: 10×25

$$10 \times 25$$

$$250$$

ولضرب أي عدد في 100 ضع صفرين...

$$100 \times 32$$

$$3200$$

لأن الضرب في 100 مثل الضرب في 10 مرتين. فكيف نضرب في 1000؟

وُلد كارل سنة 1777 وصار من كبار رياضيي العالم. لقد استنبط حيلة جميلة لحل هذه المسألة. فهل تستطيع أن تعرفها؟ وأن تجد الجواب؟

جد مجموع:

$$1 + 2 + 3 \text{ حتى } 1000$$

طالب يغلب معلمه:

أراد معلم كارل غاوس أن يبقّي طلابه صامتين ساعة كاملة فأعطاهم هذه المسألة. فانصرف رفاق كارل يجمعون الأعداد على ألواحهم. إلا أن كارل توصل إلى الجواب في ثوان معدودة. وكان عمره تسع سنوات.



حاشية: $1 + 2 + 3 + \dots + 999 + 1000 = 998 \times 3$

كلها تساوي 1001

أشكال في كل مكان :

كثيراً ما يُعرفون الرياضيات بأنها علم الأعداد، لكن هذا دون تصف التعريف. فالرياضيات تعني أيضاً بالأشكال وتصنيفها في مجموعات. فإذا تم هذا التصنيف صار بالإمكان إيجاد قواعد تسري على كل صنف لكل شيء في العالم شكل، تستوي في ذلك حبات الثلج الصغيرة التي تتساقط من السماء وناطحات السحاب الكبيرة. وأسهل الأشكال تصنيفاً تلك التي تتكوّن من خطوط مستقيمة، وفي هاتين الصفحتين بعض من هذه الأشكال.

تصنيف الأشكال :

تسمّى الأشكال حسب عدد الأضلاع والزوايا فيها. والأشكال المبنية هنا في كل منها ثلاثة أضلاع أو أكثر، وتسمى مضلّعات، أي ذات أضلاع. والمضلع شكل مغلق منبسط تحدّه خطوط مستقيمة. سمّ هذه المضلّعات باستعمال القائمة التالية.

تضلع ثلاثي أضلاع
الشكل الرباعي له أربعة أضلاع
الشكل الخماسي له خمسة أضلاع
الشكل السداسي له ستة أضلاع

المضلّعات المتماثلة :

المضلع المتماثل هو الذي تكون أضلاعه متساوية وزواياه متساوية. كم ضلعاً يجب أن يكون للمضلع حتى يصير دائرة؟



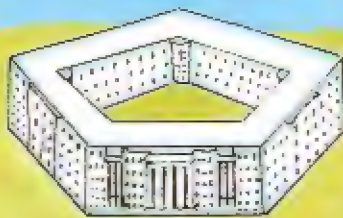
ما طولها؟
كم ورقة فيها؟
ما شكل الورقة؟

إن تصنيف الأشياء في مجموعات مهم في مناسبات كثيرة،
كتحديد فصائل الأشجار.

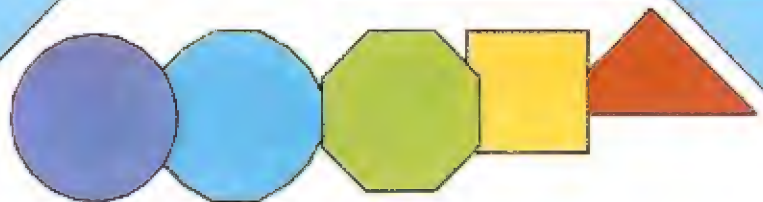


راجع الصفحتين 18 و 19
لدرس ذوات الأبعاد الثلاثة
وأشكال أخرى أكثر تعقيداً.

هذا مبنى دوائر وزارة الدفاع الأميركية.



ماذا تسمي هذا الشكل؟



عائلة المثلثات

يمكن تصنيف المثلثات حسب أضلاعها.

المثلث المختلف الأضلاع أضلاعه مختلفة في الطول.

المثلث المتساوي الساقين فيه ضلعان متساويان في الطول.

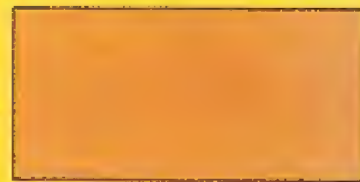
المثلث المتساوي الأضلاع أضلاعه الثلاثة متساوية.

هل تستطيع أن ترسم مثلثاً أضلاعه 5 سم، 3 سم، 9 سم؟



المربعات والمستطيلات

ليس سهلاً تصنيف الأشكال الرباعية في مجموعات.



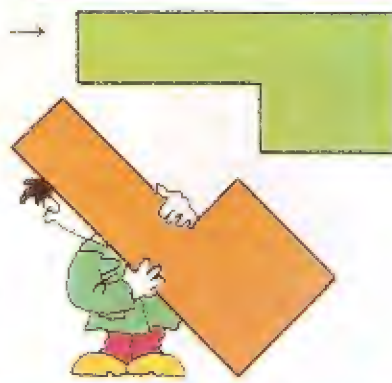
المستطيل شكل رباعي زواياه الأربع قائمة وأضلاعه المتقابلة متوازية.

وهذا التعريف يجعل المربع أيضاً مستطيلاً.

ومتوازي الأضلاع أضلاعه المتقابلة متوازية، وهذا يجعل المربع متوازي الأضلاع أيضاً.

أشكال متماثلة

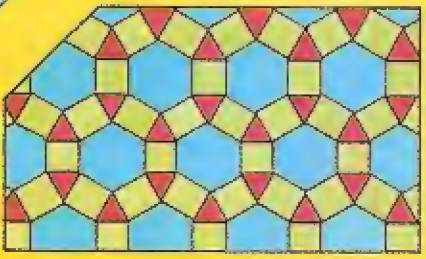
هل هذان الشكلان متشابهان؟ إذا أخذت أحدهما وقببته ووضعتَه فوق الآخر، تجد أنه ينطبق عليه تمام الانطباق. وهذا معناه أنها متطابقان، لأنهما أضلاعاً متساوية وزوايا متساوية.



هذا الشكل لا يطابق الشكلين اللذين على اليسار، ولكنه مثلها. إنه تكبير لأي منهما. فهو رياضياً مشابه لكل منهما.

تلاؤم الأشكال

يمكن صنع نماذج جذابة (تدعى فسيفساء) بوضع أشكال مختلفة جنباً إلى جنب. وكان الرومان يزينون جدرانهم وأرض حجراتهم بقطع صغيرة من الفسيفساء.



أي المضلعات الثلاثة استعملت في صنع هذه الفسيفساء.



قياس السطوح:

أيها أكبر: بورتوريكو أم ججاميكا؟ حجم سطح أي شكل هو مساحته. ونستطيع أن نحسب مساحات الأشكال المتناسقة بسهولة، كما ستري بعد قليل. ولكن كثيراً ما يستحيل أن نجد بالدقة مساحة الشكل غير المتناسق، وتقديرنا للجواب يعتمد على مدى الدقة المطلوبة.

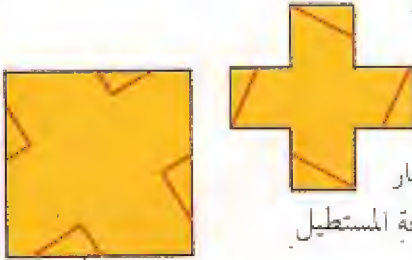
هذان معا يساويان
1 كم²

ونستطيع أن تصل إلى تقدير أدق بالمزاوجة بين أجزاء المربعات.

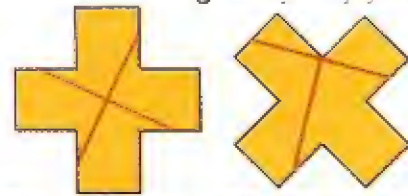
لإيجاد تقدير تقريبي للمساحة يمكنك أن تقسم الشكل إلى مربعات 1 كم × 1 كم، تعد المربعات الكاملة، والأجزاء الكبيرة فقط. يكون التقدير في هذه الحالة 40 كم².

إعادة تنظيم الأشكال المتصالبة:

كثيراً ما يكون من السهل إيجاد مساحة الشكل المعقد بتقسيمه إلى أجزاء، وإعادة تنظيمها بحيث تكون شكلاً أكثر تناسقاً. والمساحة في هذه الحالة لا تتغير، لأن الأجزاء بقيت كما هي، وإنما تغير ترتيبها.



إذا قطعت هذا الشكل المتصلب عند الخطوط الحمراء وأعدت ترتيبه فإنك تحصل على المربع الظاهر إلى اليسار. وعندها نستطيع أن تستعمل قاعدة مساحة المستطيل لإيجاد مساحة الشكل.



ارسم هذين الشكلين المتصاليين وقصهما عند الحواف وأعد ترتيبهما. الآن طابق بين الأجزاء تجد أنها يكونان مربعين.

مساحات المستطيلات:



$$A = L \times W$$

إذا كان الشكل مستطيلاً يمكنك حساب المربعات بسهولة، وذلك بضرب الطول في العرض.

فمساحة هذا المستطيل هي $21 = 3 \times 7$ مربعاً. والقاعدة لإيجاد مساحة المستطيل هي:

$$A = L \times W$$

ماذا تعني هذه الأحرف؟

وحدات القياس:

نستعمل الستيمتر المربع (سم²) أو البوصة المربعة لإيجاد المساحات الصغيرة مثل مساحة البلاطة.

ونستعمل المتر المربع (م²) والباردة المربعة لقياس مساحات قطع القماش.

قواعد إيجاد المساحة :

بما أن إعادة ترتيب الشكل لا تغير مساحته فيمكن أن نستعمل قاعدة مساحة المستطيل لإيجاد مساحات أشكال كثيرة .

١ - متوازيات الأضلاع :

إذا قُطعت أحد طرفي المتوازي الأضلاع على خطٍ قائم الزوايا، وألصقت هذا الجزء في الطرف الآخر تحصل على مُستطيل .

هذا الخط عمودي مع القاعدة لأنه يشكل زوايا قائمة معها .

$$م = ل \times ض$$

الحرف م يرمز إلى متوازي الأضلاع

مساحة متوازي الأضلاع مثل مساحة المستطيل الذي له نفس الطول ل، ونفس العرض العمودي ض .

٢ - المثلثات :

يمكن أن ترسم مُستطيلاً حول أي مثلث متخذاً قاعدة المثلث قاعدة للمستطيل .

سمينا القاعدة ل . أما ارتفاع المستطيل فهو نفسه ارتفاع المثلث فوق القاعدة .

$$م = \frac{1}{2} (ل \times ع)$$

علّم الشكل وقص المثلثين الجانبيين بحيث يكونان معاً مثلثين متساويين .

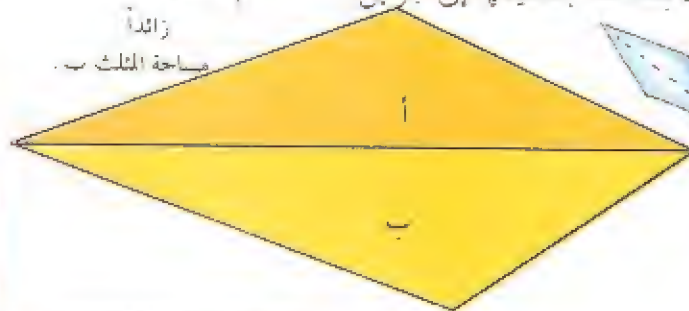
مساحة المثلث نصف مساحة المستطيل .

٣ - الأشكال الرباعية :

كل شكل رباعي يمكن تقسيمه إلى مثلثين .

فيمكنك أن تحسب مساحته بتقسيمها إلى جزأين .

م = مساحة المثلث أ + مساحة المثلث ب



الكيلومتر المربع (كم^٢) والميل المربع يستعملهما الجغرافيون في قياس مساحات الجزر

كيف يمكنك أن تجد مساحة هذا الملعب ؟

الهكتار (مربع طوله 100 م وعرضه 100 م) والقدان (4840 ياردة مربعة) يستعملان لتقدير مساحات المزارع .

الدوائر:



أو أن تستعمل هاتفاً قرصه مثلث الشكل ؟



أو أن تسوق دراجة عجلتها مسدسة الأضلاع ؟



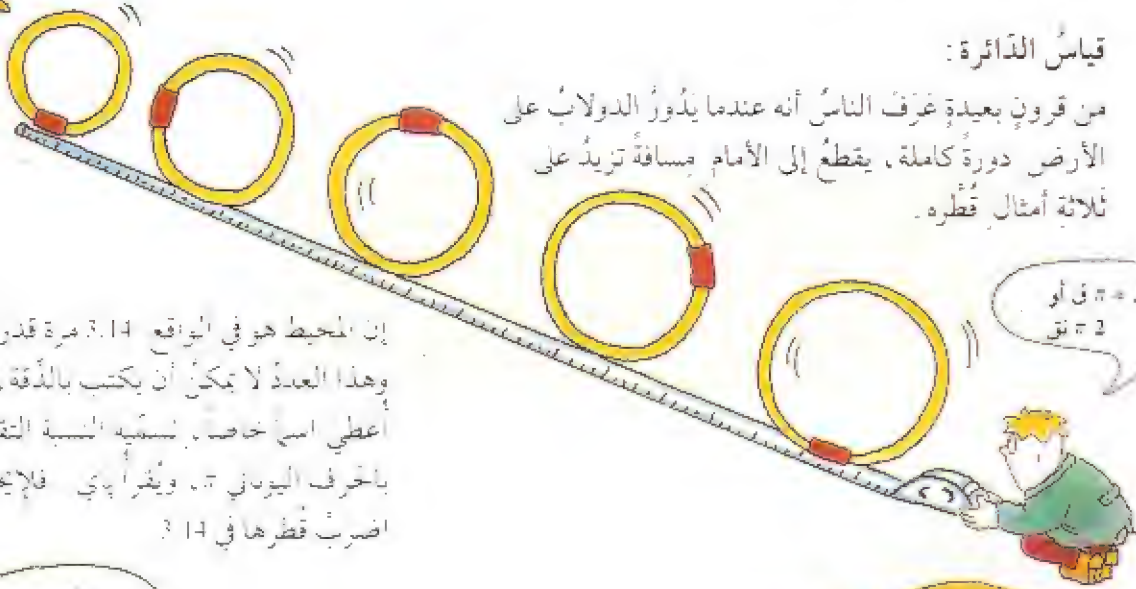
هل جرّبت أن تشرب من كوب مربع الشكل ؟



إن الدائرة شكل خاص : ليس لها رؤوس ولا زوايا على إطارها (ويسمى المحيط). وهذا فائدة عملية كبيرة لا تخفى. وهي تمكننا من إيجاد قاعدة لحساب محيط الدائرة ومساحتها.

قياس الدائرة:

من قرون بعيدة عرّف الناس أنه عندما يدور الدولاب على الأرض دورة كاملة، يقطع إلى الأمام مسافة تزيد على ثلاثة أمثاله قطره.

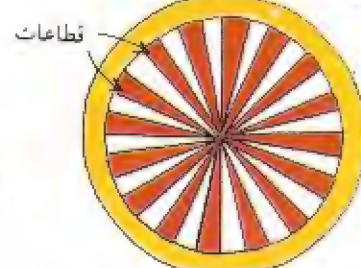
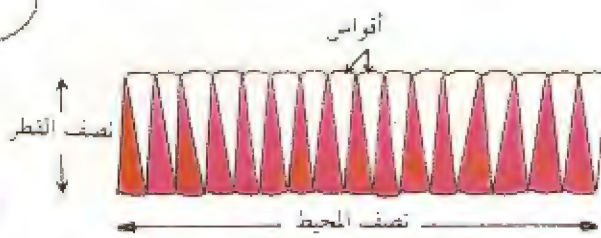


المحيط = π في أو
نق = 2

إن المحيط هو في الواقع 3.14 مرة قدر القطر تقريباً. وهذا العدد لا يمكن أن يكتب بالدقة، ولكن لأهميته أعطي اسم خاص. نسميه النسبة التقريبية ونرمز له بالحرف اليوناني π . ويُقرأ باي. فإيجاد محيط الدائرة، اضرب قطرها في 3.14



$\pi = 3.14$ تقري



إذا جزأت الدائرة إلى قطاعات صغيرة يمكنك ترتيب هذه القطاعات بعضها بجوار بعض، بحيث تكون ما يقارب المستطيل. وفي هذا المستطيل يكون نصف الأقواس في الأعلى ونصفها في الأسفل.

ويكون عرض المستطيل هو نصف القطر تقريباً، وطوله يقارب نصف المحيط. فمساحة الدائرة إذن $\pi \times \text{نق} = \pi \times \text{نق}^2$.

قطر الدائرة

الشعاع

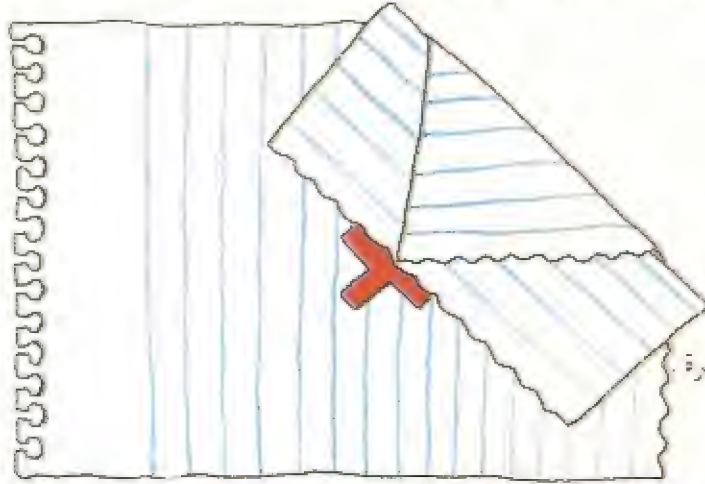
القوس

محيط الدائرة

أشكال دائرية



اكتشفت هيباشيا أنه يمكن قطع المخروط لصنع ثلاثة منحنيات مختلفة، عدا الدائرة، وهذه المنحنيات. كالدائرة، لها قواعد خاصة بها.



كانت هيباشيا رياضياً إغريقية مشهورة، عاشت في الإسكندرية حوالي سنة 400 م. وقد قضت ساعات طويلة تدرس الخطوط المنحنية الناتجة من قطع المخروط.

رسم الدائرة بخطوط مستقيمة:

1 - قص شريحة ورق عريضة من أحد طرفي ورقة، وضع خطين متصاليين عند منتصف الصفحة الكبيرة من الورقة.

2 - ضع شريحة الورق بحيث تلامس أحد الخطين المتصاليين، ثم اطو عليها حافة الصفحة الكبيرة.

3 - كرر هذا حوالي 10 مرة، جاعلاً شريحة الورق على زوايا مختلفة.



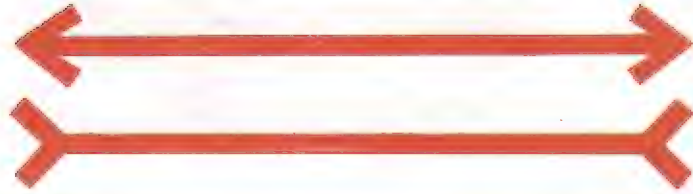
الأبعاد الثلاثة :

نحن نعيش في عالم ذي ثلاثة أبعاد . ولذا فنحن نتعامل دائماً مع أشكال ذات طول وعرض وسُمك، أي مع أجسام . ومع ذلك فأغلب الناس يجدون صعوبة في تداول هذه الأجسام في أذهانهم لأن العقل الإنساني يسهل خداعه .



إذا شُقَّت هذه القطعة من الجبن من الطَّرف إلى الطَّرف فكيف يكون شكل كل من نصفَيها ؟ .

هذان الخطان : هل هما متساويان في الطول ؟ قس طول كل منهما واحكم بنفسك .



المتعددة السطوح :

خذ أي جسم ذي سطوح منبسطة . كم سطحاً تجد له ؟ كم حافة ؟ كم رُكناً ؟ .

ظَلَّ الرياضيون قروناً كثيرةً يبحثون عن خصائص أجسام كثيرة . إن أسهل هذه الأجسام درَاساً وتصنيفاً هي الأجسام الصلبة وتدعى المتعددة السطوح .



هذه القطعة من الجبن 5 سطوح و 6 أركان و 9 حافات



Polyhedron كلمة يونانية تعني «متعدد السطوح» .



في القرن الثامن عشر اكتشفوا أن مجموع السطوح + الرؤوس - الحافات هو دائماً 2 .

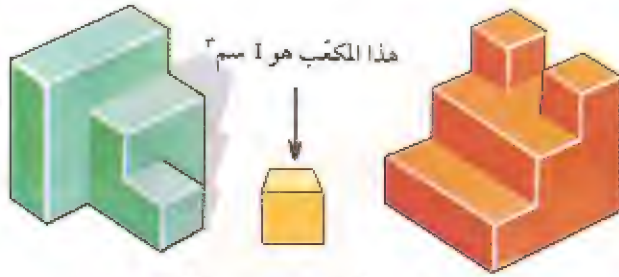
متعددة السطوح المنتسقة :

رغم أن الأجسام المتعددة تتخذ جميع الأشكال والحجوم ، إلا أن هناك خمسة أجسام فقط متناسقة تماماً ، وقد أقيم الدليل على ذلك قبل أكثر من ألفي عام . وهي :



تقدير الحجم:

والمقدار الذي يشغله الجسم هو حجم الجسم. أما
الأجسام الصغيرة فنقاس حجمها بالستيمتر المكعب
أو البوصة المكعبة، والستيمتر المكعب الواحد هو
 $1 \text{ سم} \times 1 \text{ سم} \times 1 \text{ سم}$ أو 1 سم^3 .



كم سم³ في هذين الجسمين؟

كما أن من الصعب تصوّر الأشياء ذات الأبعاد الثلاثة،
فكذلك يصعب تقدير الحيز الذي تشغله. ولكن
الرياضيات تساعدنا في تقدير ذلك بدقة.

أي هاتين الحقيبتين
أكبر.

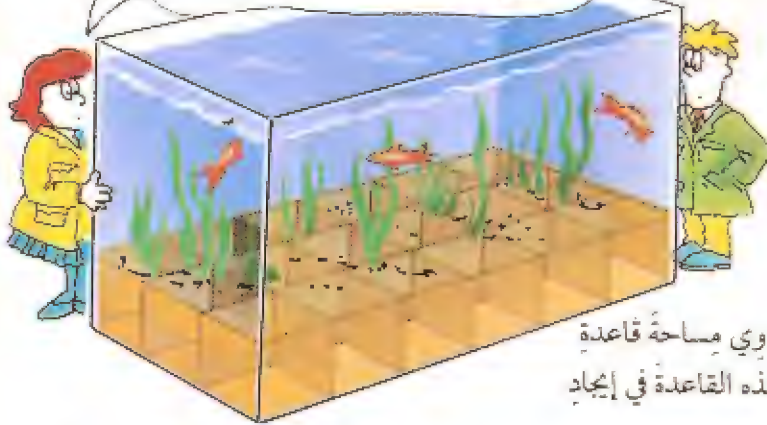


هذا الخوض
متوازي
المستطيلات

(جسم مستطيل): تستطيع تقدير حجمه باستعمال القاعدة:
 $\text{ح} = \text{ل} \times \text{ض} \times \text{ع}$
(الحجم = الطول × العرض × الارتفاع).

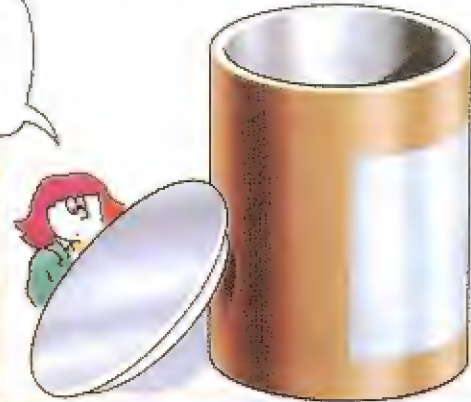
نحتاج 18 مكعباً لملء طبقة واحدة من
الخوض لأنها تأخذ 3 مكعبات في
العرض، و 6 مكعبات في الطول.

نحتاج إلى أربع طبقات لملء خوض
الأسماك. فحجمه إذن $4 \times 18 = 72$ مكعباً.



ونعبر عن ذلك بطريقة أخرى، فنقول إن الحجم يساوي مساحة قاعدة
الشكل مضروبة في ارتفاعه. ويمكنك أن تستعمل هذه القاعدة في إيجاد
حجم أي جسم مقطّعه العرضي ثابت.

هل تستطيع أن تضع قاعدة
لتقدير حجم الأسطوانة؟



مكعبات البناء:

ستة أزواج من هذه الأجسام
تبني ستة مكعبات، فأأي المربعات
يبقى؟



لكل واحد من هذه الأجسام نفس الوجه بنفس
الشكل وحافته متساوية الطول، وأركانها متساوية
الزوايا.



20 سطحاً

العشري السطوح



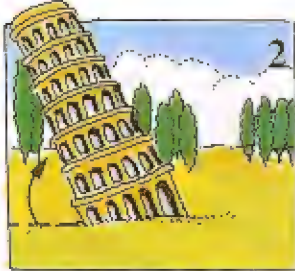
12 سطحاً

الاثنا عشري السطوح

الزوايا:

أكثرُ الناسِ يَعْتَبِرُونَ أنَّ الزَّاوِيَةَ رُكْنٌ مَحْصُورٌ بَيْنَ مُسْتَقِيمَيْنِ. إِلَّا أَنَّ الزَّاوِيَا كَثِيرًا مَا تَكُونُ وَصْفًا لِدَوْرَانَاتٍ مَا، كَشَجَرَةٍ سَقَطَتْ عَلَى الْأَرْضِ، أَوْ مِفْتَاحٍ دَارَ فِي قُفْلِهِ دَوْرَةً أَوْ بَعْضِ دَوْرَةٍ. إِنَّنَا نَسْتَطِيعُ أَنْ نَقِيسَ مَقْدَارَ الزَّاوِيَةِ، أَيْ كَمْ دَرَجَةً يَبْلُغُ الدَّوْرَانُ (وَرَمَزُ الدَّرَجَةِ هُوَ °). وَيَكُونُ ذَلِكَ بِاسْتِعْمَالِ الْمُنْقَلَةِ*.

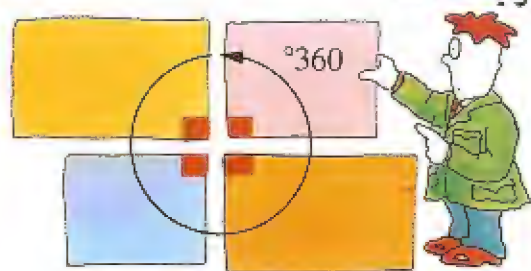
أَسْمَاءُ الزَّاوِيَا:



الزوايا التي تقلُّ عن 90° تسمَّى حادَّةً.



يُشارُ إِلَى الزَّاوِيَةِ الْقَائِمَةِ عَادَةً بِعَلَامَةٍ عِنْدَ رُكْنِهَا.



الزوايا القائمة:

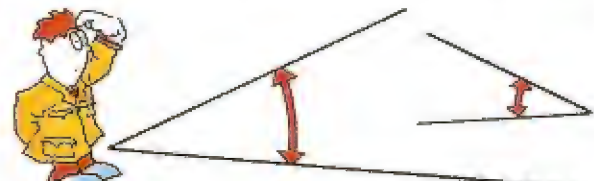
أَرْكَانُ الْمُرَبَّعَاتِ وَالْمُسْتَقِيمَاتِ هِيَ زَاوِيَا خَاصَّةٌ. تَسْمَى زَاوِيَا قَائِمَةً. الدَّوْرَةُ الْكَامِلَةُ 360°، وَأَرْبَعُ زَاوِيَا قَائِمَةٍ تَسَاوِي دَوْرَةً كَامِلَةً، فَالزَّاوِيَةُ الْقَائِمَةُ 90°.



الزوايا المنعكسة هي التي تزيدُ على 180°.



الزوايا المنفرجة هي التي تكونُ بين 90° و 180°.

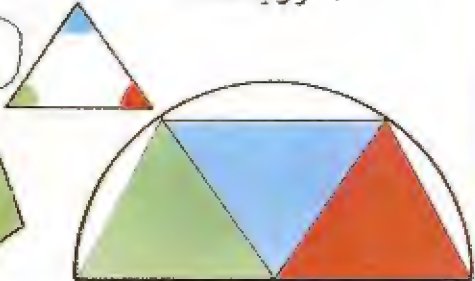


كُلٌّ مِنْ هَاتَيْنِ الزَّاوِيَتَيْنِ 30°. فَطَوَّلْ ذِرَاعَ الزَّاوِيَةِ لَا يَغَيِّرُ فِي مَقْدَارِ الدَّوْرَانِ.

تَقْدِيرُ الزَّاوِيَا دُونَ اسْتِعْمَالِ الْمُنْقَلَةِ:

كثيراً ما يُمْكِنُكَ أَنْ تَعْرِفَ مَقْدَارَ الزَّاوِيَةِ بِالْمَنْطِقِ، لَا بِالْقِيَاسِ. وَالْمَنْطِقُ يُوَدِّي إِلَى وَضْعِ مَبَادِيءٍ تُسَمِّيْهَا نَظَرِيَّاتٍ وَالنَّظَرِيَّةُ قَاعِدَةٌ رِيَاضِيَّةٌ يُمْكِنُ أَنْ نَبْرَهَنَ عَلَى صَحَّتِهَا. وَإِلَيْكَ بَعْضُ النَّظَرِيَّاتِ الْمُتَعَلِّقَةِ بِالزَّاوِيَا.

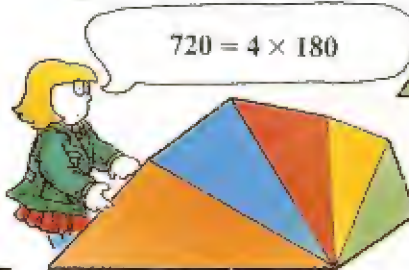
1. زوايا المثلث



قُصِّ أَرْكَانُ الْمَثَلَّثِ وَضِعَ بَعْضُهَا بِجَوَارِ بَعْضٍ تَتَكُونُ مَعَكَ نَصْفُ دَائِرَةٍ. وَهَذَا مَعْنَاهُ أَنَّ زَاوِيَا الْمَثَلَّثِ 180°.

وَلِأَنَّ هَذَا يَنْطَبِقُ عَلَى كُلِّ مَثَلَّثٍ فَإِنَّ كَثِيرًا مِنَ النَّظَرِيَّاتِ الْهَنْدَسِيَّةِ تُبْنَى عَلَيْهِ.

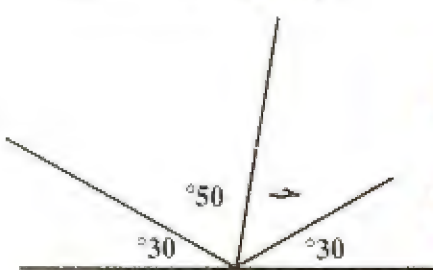
2. الزوايا الداخلة في المضلع



$$720 = 4 \times 180$$

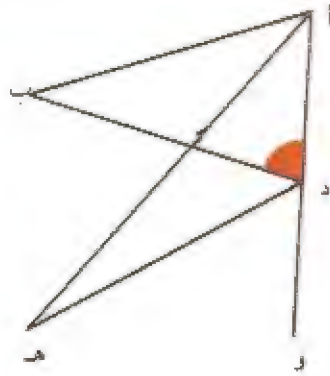
لِأَنَّ كُلَّ مُضَلَّعٍ يُمْكِنُ تَقْسِيمُهُ إِلَى عَدِيدٍ مِنَ الْمَثَلَّثَاتِ، فَتَسْتَطِيعُ دَائِمًا أَنْ تَحْسِبَ مَجْمُوعَ زَاوِيَا الْمَضَلَّعِ، فَالْسَّدَاسِيُّ مَثَلًا يَتَأَلَّفُ مِنْ أَرْبَعَةِ مَثَلَّثَاتٍ، وَمَجْمُوعُ زَاوِيَاةِ 720°. فَكَمْ دَرَجَةً كُلُّ زَاوِيَةٍ فِي الْمَضَلَّعِ السَّدَاسِيِّ الْمُتَمَاثِلِ***؟

3. الزوايا على الخط المستقيم



عِنْدَمَا تُكُونُ الزَّاوِيَا فِيهَا بَيْنَهَا خَطًّا مُسْتَقِيمًا، يُمْكِنُ أَنَّهَا تَكُونُ بَعْضُهَا مَعَ بَعْضٍ نَصْفَ دَائِرَةٍ. فَمَجْمُوعُ الزَّاوِيَا عَلَى الْخَطِّ الْمُسْتَقِيمِ 180°. فَإِذَا كَانَتْ إِحْدَى هَذِهِ الزَّاوِيَا مَعْهُولَةً، يُمْكِنُ أَنْ نَجِدَهَا بِالْحِسَابِ. جِدْ مَقْدَارَ الزَّاوِيَةِ ح فِي الشَّكْلِ.

ا د ب ، ب د ا ، ا د ح ،
لحددا كلها تعني الزاوية
المعلومة بالآخر.

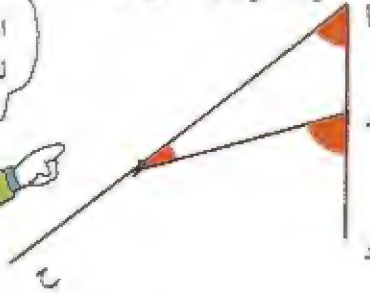


نظريات أخرى عن الزوايا:

نقدم لك هنا نظريتين أُخريتين تُتعلّقان بالزوايا. ولأن
كُلًّا منهما تتعلّق بأكثر من زاوية فلا بد من تسمية
الزوايا. وتوضع عادة إشارة للزاوية فوق الحرف الذي
يُسمّى، فنكتب ب ، هـ ، أو نكتب لب ، لـ هـ.
في الصورة اليمنى ثلاث زوايا تلتقي عند د ، ويمكنك
أن تحدّد كلاً منها بتسمية الخطّين اللذين يُكوّنانها.

نظرية الزوايا الخارجة:

استعمل نظرية الزاوية الخارجة
لثبت أن $\angle د هـ ح = \angle د + \angle ا$.



الزاوية الخارجة (مثل و د ح) تساوي زائوتي المثلث
اللّتين تُقابلانها (أ ، هـ).

البرهان:

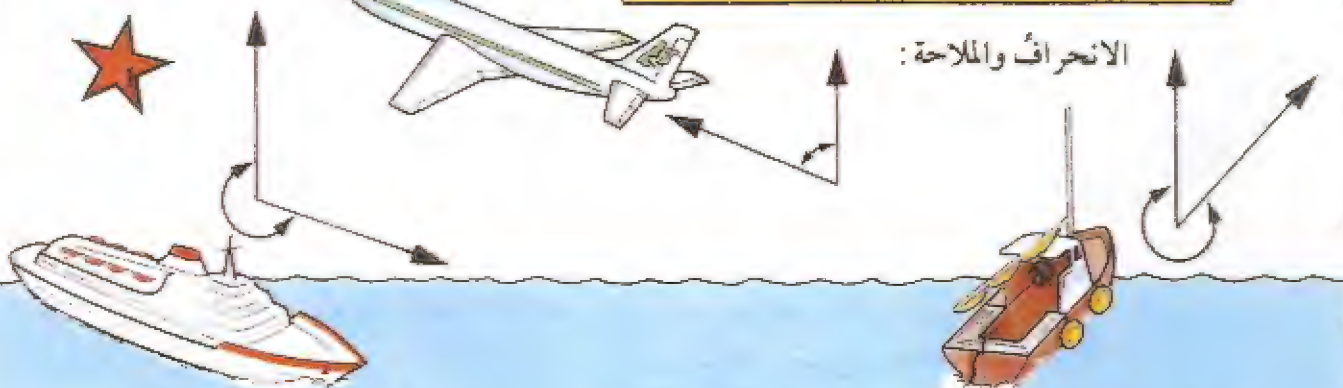
$\angle ا + \angle هـ د + \angle د = 180^\circ$ لأن الزوايا الثلاث تشكّل مثلثاً.
و $\angle د هـ ح + \angle ا د هـ = 180^\circ$ لأنها تُكوّنان خطاً مستقيماً أ د و.
فيكون $\angle ا + \angle هـ د = \angle د هـ ح$.

قياس الزوايا بالدرجات:

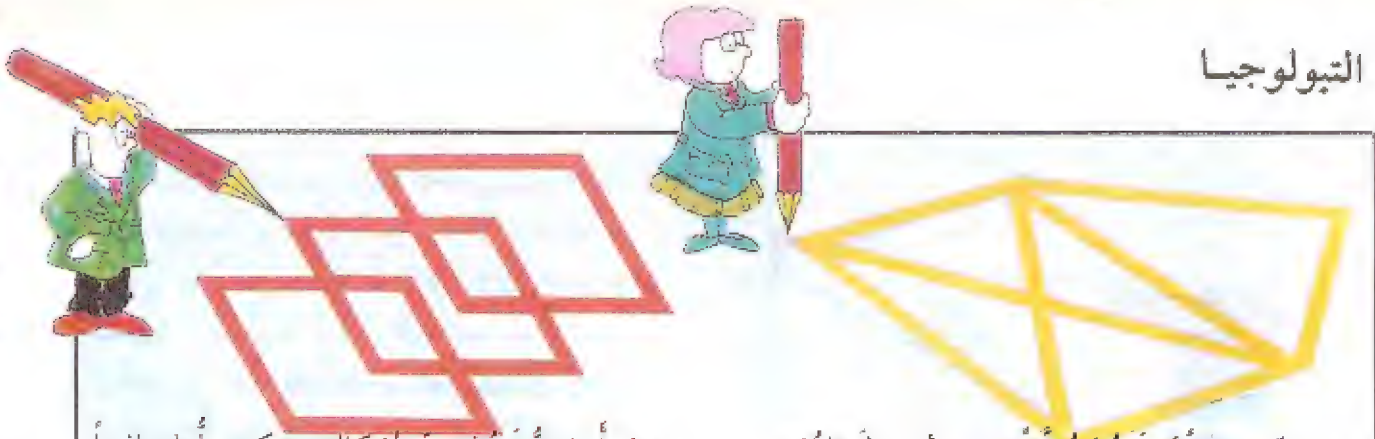
كان البابليون أقدم الفلكيين في التاريخ. وكانوا يُقسّمون
السنة إلى 12 شهراً قمرياً، طول كلّ شهر 30 يوماً. فكانوا
يعتبرون السنة 360 يوماً. وربما كان هذا هو السبب في أنهم
قسّموا الزاوية إلى 360 درجة. وها نحن بعد 4000 سنة ما
زلنا نستعمل الدرجات لقياس الزوايا والاتّجاهات.



الانحراف والملاحة:



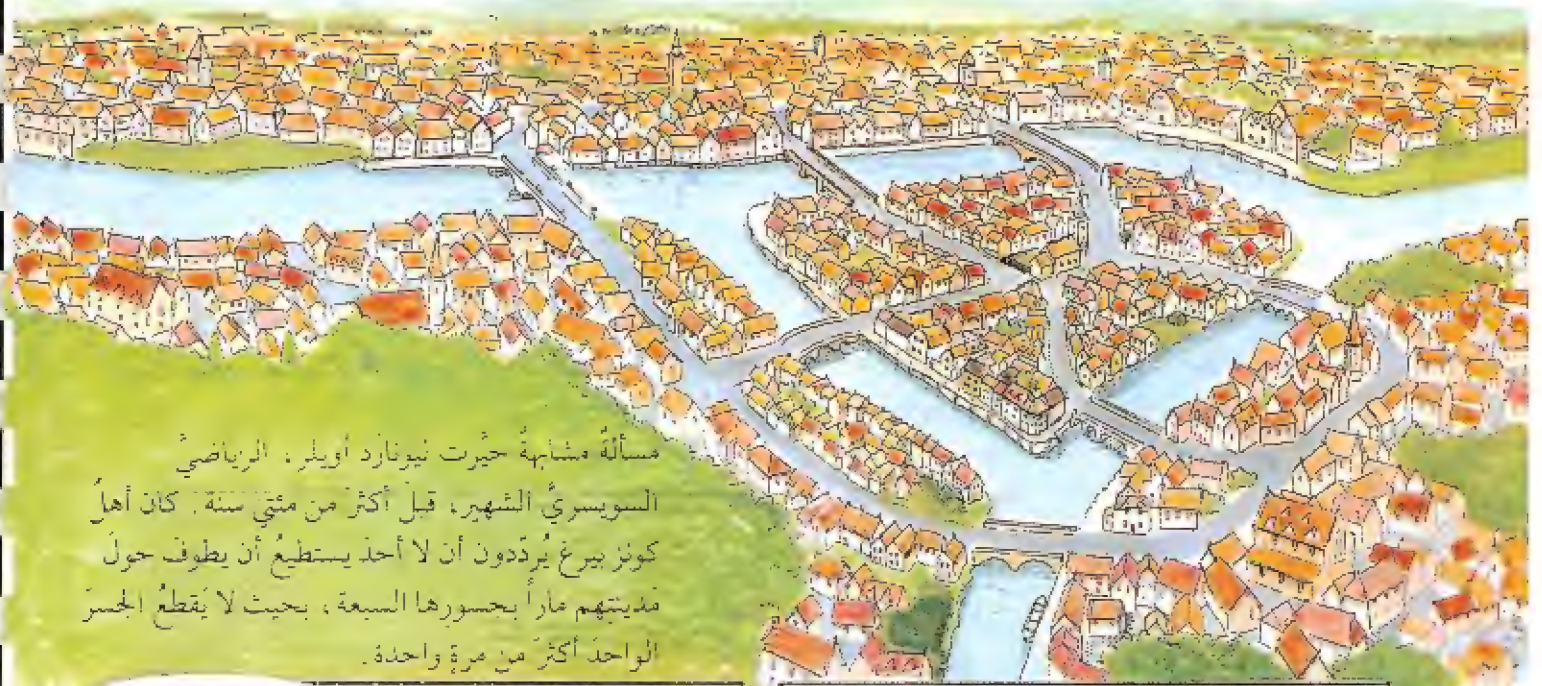
البواخر والطائرات تُحدّد خط سيرها بالانحراف. والانحراف هو زاوية تقاس بدءاً من خط الشمال وباتّجاه عقرب
الساعة، فالطائرة والباخرة والمدفّعة تسير بانحرافات قدرها 68° و 317° و 251° ، عين الانحراف كلّ منها.



هذه أحاجي تَرَدُّ في عدَّة أشكال . ويمكن حلُّها رياضياً
بإستعمالِ قواعدِ التبولوجيا . وعلى هاتين الصفتين
معلومات عنها .

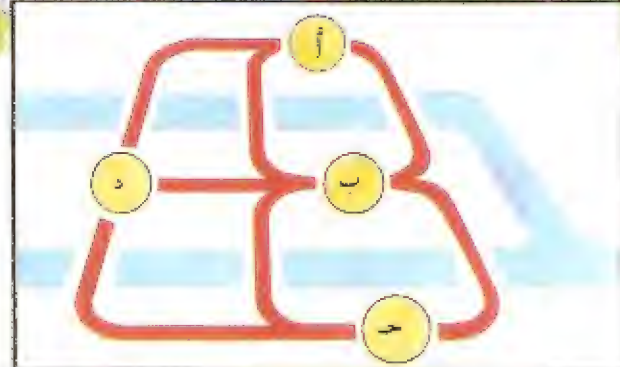
هل جَرَّبْتَ يوماً أن تُرَسِّمَ مُغلَفاً من غير أن يترك قلمُك
الورقة ، ومن غير أن تجرِّي على أيِّ خطٍّ أكثرَ من مرةٍ
واحدة ؟ هل يمكنك أن ترسم الشكل الموجود على
اليسار دون أن تمرَّ على أيِّ خطٍّ أكثرَ من مرةٍ ؟

جسور كُونزبيرغ السبعة :



مسألة مشابهة حُيرت نيكولاز أويلر ، الرياضي
السويسري الشهير ، قبل أكثرَ من مئتي سنة . كان أهل
كونزبيرغ يُرَدِّدون أن لا أحد يستطيع أن يطوف حول
مدينتهم ماراً بجسورها السبعة ، بحيث لا يقطع الجسرَ
الواحد أكثرَ من مرةٍ واحدة .

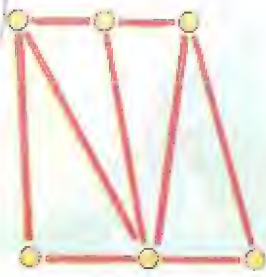
رأس مفرد
رؤوس



بذلك بين أويلر أنه لا يمكن أن تقطع كلَّ جسرٍ مرةٍ
واحدةً فقط . سُمِّي أويلر مخطَّطه هذا شبكة . وسُمِّي
النقطة الأربع رؤوساً ، والخطوط أقواساً ، فإذا أمكن
رسم الشبكة بالمرور على كلِّ قوسٍ مرةٍ واحدةً فقط ،
تُسمَّى تلك الشبكة عبارة أو سالكة .

رسم أويلر مخطَّطاً للمدينة وحدد عليه النقاط المتباعدة
أ ، ب ، ج ، د . ثمَّ عيَّن كلَّ الطريق الممكنة للسير من
أيٍّ من هذه النقاط إلى الأخرى مروراً بالجسور ، وذلك
بالتخطيط على الورقة بقلم الرصاص .

لا يمكن أن تكون الشبكة سالكة إذا كان فيها أكثر من رأسين فرديين.



رأس فردي

يُسَمَّى الرَّأْسُ فَرْدِيًّا إِذَا كَانَ يَلْتَقِي عِنْدَهُ عَدَدُ فَرْدِيٍّ مِنَ الْأَقْوَاسِ. وَيُسَمَّى زَوْجِيًّا إِذَا كَانَ يَلْتَقِي عِنْدَهُ عَدَدُ زَوْجِيٍّ مِنَ الْأَقْوَاسِ.

فهم الثبكات :

إذا كانت كل الرؤوس زوجية أو كان هنالك رأس فردي أو رأسان يمكن أن تكون الشبكة سالكة.



رأس زواجي

عندما كان أولير يتلمّس الخُلّ ، اكتشف أن ليس من الضروري أن يرسم الشبكة كي يعرف إذا كانت عبارة أم لا . فالأمر يعتمد على عدد الرؤوس الزوجية والفردية فيها .

التبولوجيا في حياتنا اليومية :



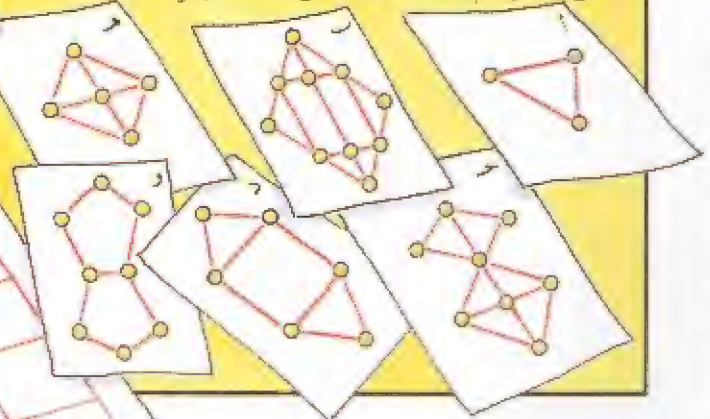
كانت اكتشافات أولر ذات أهمية بالغة، لأنها تساعد في حل مسائل مختلفة. كانت هي نقطة البداية لموضوع في الرياضيات يسمى التبولوجيا. ومن فوائد التبولوجيا الكبرى أنها تساعد في وضع تخطيطات لطرق السيارات وتقاطعاتها. فمثلاً في مفترق طرق مزدحم كهذا ينبغي أن يكون بإمكان السيارة أن تغير اتجاهها من غير أن تتهازأ طريقاً آخر.

أُحْيِيَّةٌ فِي الشَّبِكَاتِ :

أرسم مجموعة شبكات كهذه، ثم املأ الجدول بأعداد الرؤوس الفردية والزوجية في كل شبكة. أي هذه الشبكات سالكة؟
أيمكن أن ترسم شبكة فيها رأس واحد فردي؟



عدد الرؤوس الزوجية	3
عدد الرؤوس الفردية	0
عينة	نعم / لا



الكسور:



انفجرت عجلته دراجتي في منتصف الطريق

لقد تأخرت $\frac{3}{4}$ الساعة

نستعمل الكسور كثيراً في أحاديثنا عن غير قصد. ومن السهل إدراك قيمة الكسر لأنه يقارن بالواحد الصحيح.

هذا $\frac{1}{5}$ الكعكة لأنها تتكوّن من خمس قطع مثله.

تقدير الكسور:



كلما كبر المقام كلما صغرت القطع.

أبها أكبر $\frac{1}{10}$ أم $\frac{1}{3}$ ؟

المقام يذلل على حجم القطع.

البسط يذلل على عدد القطع.

النسبة المئوية:

النسبة المئوية كسر مقامه 100. هل تستطيع أن تحسب النسب المئوية في هذه القصة؟ قضى هاشم أسبوعاً يبحر. وها هو قد قبض أجره ونزل إلى المدينة ليرى كيف يتفق نقوده. وأول وقفة كانت له عند المصرف.



ثم وقف هاشم عند محل عادل لبيع الثياب. فوجده ينزل من السعر المكتوب ما مقداره 20% أي الخمس ($\frac{1}{5} = \frac{20}{100}$).

وأعجبته بزة القضاء، فقدّر أن التنزيل $\frac{1}{5} \times 240$.

3. فكم يبلغ التنزيل؟

يستطيع أن يطرّح هذا من 240 فيحصل على الثمن ولكن أسرع من ذلك أن يحسب 280 رأساً.

4. ما قيمة $240 \times 80\%$ ؟

يعطيه المصرف $\frac{10}{100}$ أي $\frac{1}{10}$ نقوده ربحاً له إذا هو أودع نقوداً فيه.

فلنحسب ما يأخذ من فائدة على مبلغ 120 ليرة بعد سنة يضرب 120 في $\frac{10}{100}$.

1. ما الفائدة التي يحصل عليها بعد سنة؟

2. كم يصير مجموع ما له في المصرف بعد سنتين؟

تبسيط الكسور:



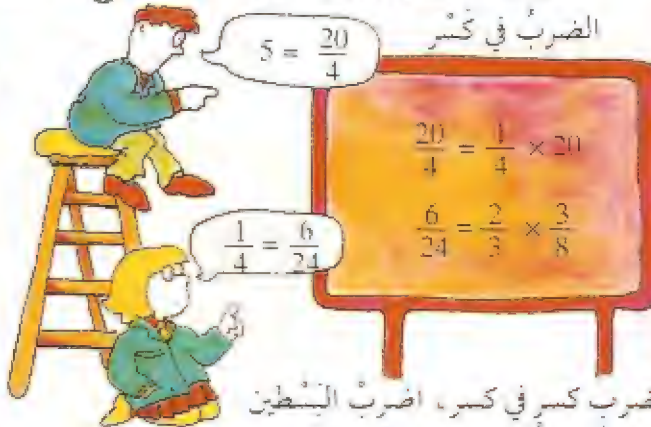
يمكن تبسيط الكسر بضرب بسطه ومقامه بعدد واحد، أو قسمتها على عدد واحد.

كثيراً ما نجد من المناسب تغيير مقام الكسر لتسهيل الحساب.

نصف النصف:

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

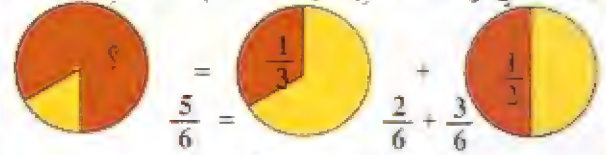
قد نحسب أن الضرب يُكَبِّرُ النتيجة. هذا لا يصح إذا كان الضرب في كسر



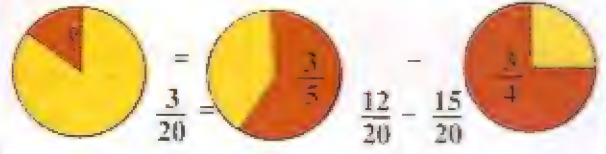
لضرب كسر في كسر، اضرب البسطين ثم اضرب المقامين، ثم بسط الناتج.

جمع الكسور

لجمع الكسور ابدأ بتغييرها حتى تكون من جنس واحد، أي توحيد مقاماتها، وذلك حسب القاعدة السابقة.



هنا نجد أن $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{2}$ يمكن أن نحولاً إلى أسداس. تذكر أن تضرب البسط بما تضرب فيه المقام.



هذه الكسور نحول إلى أجزاء من عشرين.

يفضل الخادم أن يضاف كشف حسابه بعد كشف حساب صاحب المطعم، ويُلمح صاحب المطعم أن يكون كشفه هو الأخير هل تعرف النسب؟

صمم هاشم الآن أن يتناول غداءه. وعند دفع الحساب عليه أن يدفع ثمن الطعام مُضافاً إليه 10% للخادم و 15% من المجموع لصاحب المطعم. ويقدم صاحب المطعم كشفاً ويقدم الخادم كشفاً، ومجموعهما هو ما على هاشم أن يدفعه.

مقهى ومطعم

كشف حساب	
26.00	
+ 2.60	خدمة 10%
+ 28.60	
+ 4.29	15% المجموع
32.89	

كشف حساب	
26.00	
+ 3.90	
+ 29.90	
+ 2.99	خدمة 10%
31.89	المجموع

النسبة والتناسب :

النسبة تعبير يتضمن معنى الكسر . والتناسب يتضمن تساوي نسبتين . فإذا ملأت دورقاً بعصير البرتقال ووضعت فيه كويين من العصير المركز وخمسة أكواب من الماء ، تكون نسبة العصير إلى الماء 2 إلى 5 ، وتكتب 2:5 . ويعكثك أن تزيد أو تنقص الماء والعصير مع بقاء التناسب ثابتاً .



أو مثلاً نصف دورق يكوب من البرتقال وكويين ونصف من الماء .

نستطيع أن نملأ دورقين بأربعة أكواب من البرتقال وعشرة من الماء .

هناك عشر حصص $1 - 3 - 5$

كل حصص $180 \div 10 = 18$ كياساً .

1 - احسب مجموع الحصص ؟
2 - احسب قيمة كل حصص ؟
3 - احسب كم يتأكل كل واحد ؟

نصيب رائف $18 \times 5 = 90$ كياساً .
ونصيب أمته $18 \times 3 = 54$ كياساً .
ونصبي $18 \times 2 = 36$ كياساً .

أكملت أمته ورائف وعمود قطف الزيتون فجمعوا 180 كياساً . ويريدون أن يقتسموها بالعدل . ولأن رائفاً كان هو المسؤول الأول ، فكان لا بد من إعطائه النصيب الأكبر .

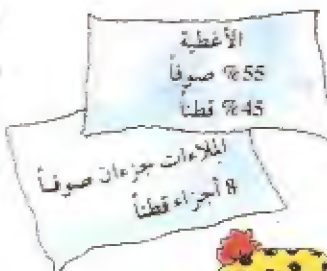
وتقول أمته إن محموداً صغير وإن نصيبها يجب أن يكون أكبر من نصيبه . لذا وافقوا على أن يتقاسموا الزيتون بنسبة 2:3:5 . فكان لا بد من العمل بالخطوات الثلاث الميئة أعلاه .

مقارنة النسب :

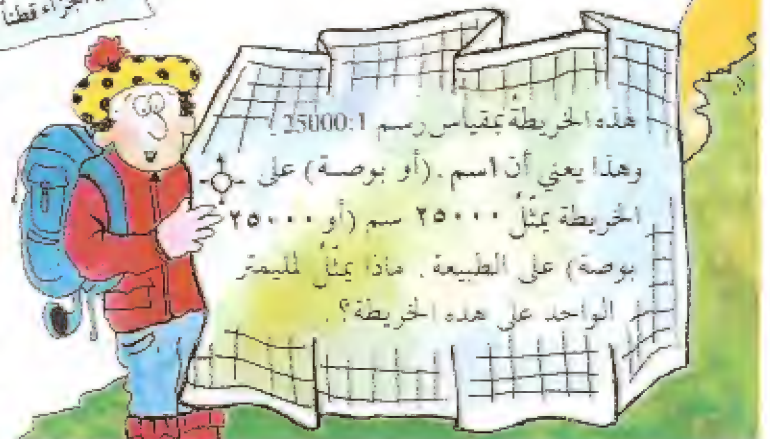
أي قماش أكثر صوفاً ؟

هذا يعني أن الأغطية فيها 11 جزءاً من الصوف ، من كل 20 جزءاً من القماش . والملاءات فيها 4 أجزاء صوفاً في كل 20 جزءاً . والأغطية أكثر صوفاً .

قد يكون أسهل لك مقارنة هاتين النسبتين إذا وضعت 45:55 بالصورة . 9:11

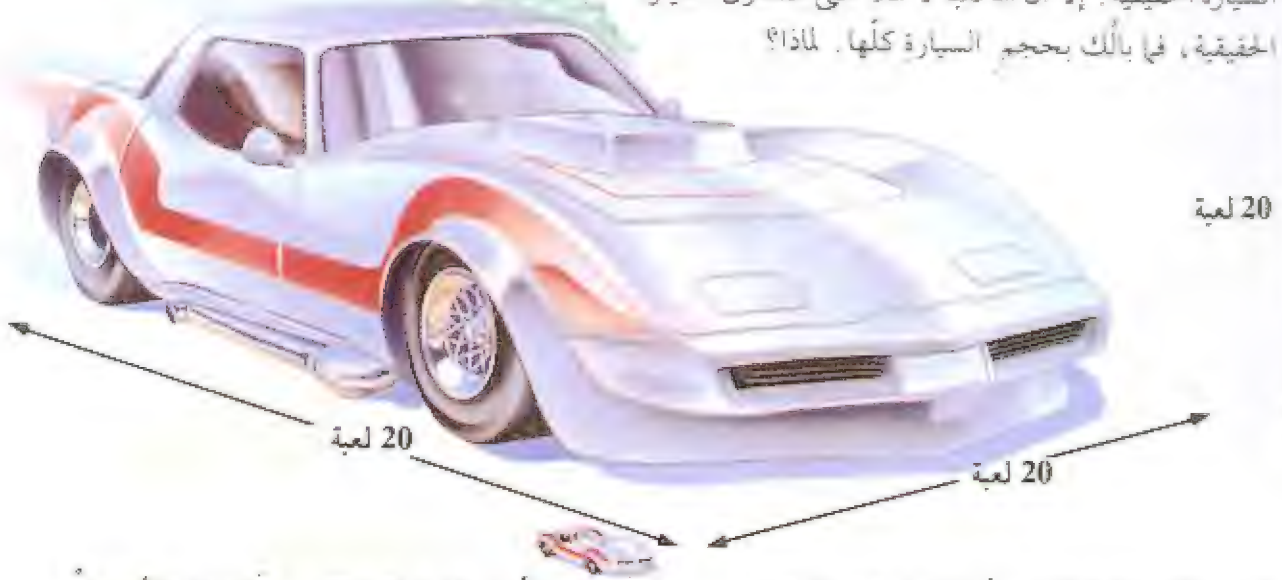


تستعمل النسب أيضاً في الرهان على الخيل . تدفع قرشاً في الرهان على رعد فإذا سبق تأخذ خمسة قروش . ماذا تأخذ إذا دفعت قرشاً في الرهان على المصاروخ وريح ؟



النسب والحجوم:

صُنعت لعب للأطفال على شكل سيارة، ولكن بنسبة 1:20 من حجم السيارة الحقيقية. إلا أن 20 لعبة لا تملأ حتى صندوق السيارة الحقيقية، فما بالك بحجم السيارة كلها. لماذا؟



فنحتاج إلى 20 × 20 × 20 سيارة لعبة لملأ حجماً يساوي حجم السيارة الحقيقية. فالواقع أن النسبة بين الحجمين هي 8000:1.

السبب أن نسبة 1:20 تعني أن الطول هو 1:20 من الطول الحقيقي، وأن العرض هو 1:20 من العرض، والارتفاع 1:20 من الارتفاع.

الغاز:

الزجاجة اتسع لترًا من الزيت، والزجاجة ب تسع لترين. لماذا لا يكون ارتفاع أ ب ضعف ارتفاع ب؟



إذا كنا نحتاج إلى 50 قرصاً من البسكويت لملء هذا الوعاء، فهل نحتاج إلى 100 قرص لملء وعاء مماثل، ولكن ضعف حجمه؟



النسب المثلثية:

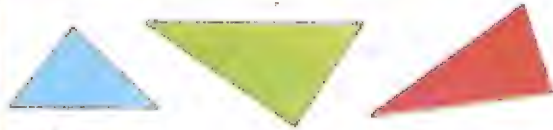
كان المصريون القدماء يستعملون في بناء الأهرام جبلاً من 12 قسماً متساوية، معقود بعضها ببعض، فإذا شدَّ الحبل على شكل مثلث أضلاعه بنسبة 3:4:5 تكون دائماً الزاوية المقابلة للضلع الأكبر قائمة، يُفسر ذلك أشهر نظريات الرياضيات وتسمى نظرية فيثاغورس.



نظرية فيثاغورس:

فيثاغورس رياضي إغريقي مشهور. اكتشف أنه إذا كان المثلث قائم الزاوية وكانت أضلاعه أ، ب، ج، كان $ج^2 = أ^2 + ب^2$.

تري أعلاه النسب بين أضلاع ثلاثة مثلثات مختلفة. واحد منها فقط قائم الزاوية. أيها؟ استعمل نظرية فيثاغورس لإيجاد الجواب.



المجموعات :

في كثير من حقول الرياضيات نحتاج إلى وضع الأعداد والأشكال في مجموعات . وقد وجد الرياضيون أن مما يساعده على دراسة هذه المجموعات استعمال الرموز التالية :

فهذه الأشكال يمكن أن توضع في عدة مجموعات مختلفة ، كأن نأخذ مجموعة المثلثات ، ومجموعة الأشكال الرباعية ، ومجموعة المضلعات المتساوية الأضلاع ، ومجموعة المضلعات ذات الزوايا القائمة . وهذه كلها عناصر في مجموعة المضلعات التي نسميها هنا ض .

فإذا كانت L مجموعة الأشكال المتساوية الأضلاع ، فإن $L = \{ ب ، د ، ك \}$.

وإذا كانت B مجموعة الأشكال التي فيها زاوية قائمة فإن $B = \{ أ ، د ، و ، ط \}$.

لغة المجموعات :

\in ينتمي إلى

\subset مجموعة جزئية من

\bar{A} المجموعة

\cap المجموعة العناصر التي ليست في

\emptyset المجموعة الخالية

\cap التقاطع (و)

\cup الاتحاد (أو)

n عدد العناصر في

هل يمكنك أن تعرف المجموعتين B و A عندما :

$B = \{ أ ، ب ، ج ، د ، ي \}$.

$A = \{ ع ، هـ ، و ، ح ، ي \}$.

\subset ض تعني أن المجموعة B جزء

(مجموعة جزئية) من مجموعة

ض الأكبر .

$B \subset A$ تعني أن B عنصر من

عناصر A . فإذا كانت $B \subset A$

فإن $B \subset A$ لأن B مجموعة

جزئية من ض .

نستعمل الرمز \cap لبيان عدد العناصر

في $A \cap B$ ؟

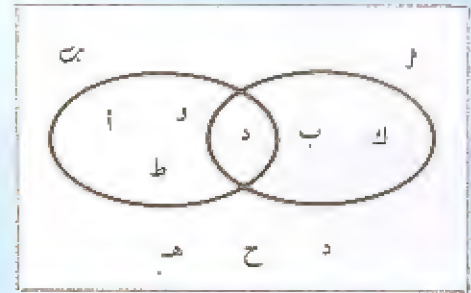
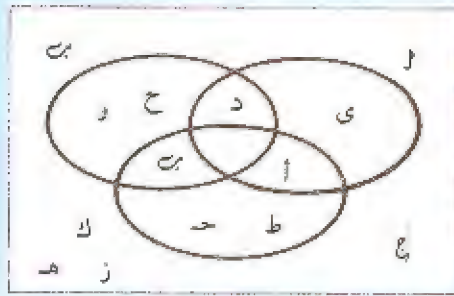
وماذا عن $A \cup B$ ؟

أحدها شاذ

ما العنصر الشاذ في هذه المجموعة ؟

مخططات فن:

في المخطط المرسوم في الصفحة المقابلة تتداخل بعض المجموعات. وذلك لأن شكلاً مثل د ينتمي إلى كل من ل، ب، د وفي سنة 1880 ابتكر جون فن طريقة سهلة لبيان العلاقات بين الأشكال المختلفة. وهذه الطريقة هي ما تسمى مخطط فن.



هنا مخطط فن للمجموعات ل، ب، د. وتقاطع الثلاثة هو ل ∩ ب ∩ د. تحرك الشكل أ ليستقر داخل ب و د وليس داخل ل. لذا فإن أ ∈ ل ∩ ب ∩ د. ما العنصر الذي يكون ل ∩ ب ∩ د؟

يبين هذا المخطط المجموعتين ل، ب. وتقاطعهما هو ل ∩ ب. لذا فإن د ∈ ل ∩ ب. وكل عنصر ليس في ل ولا في ب يوضع خارج خلتيهما.

المصفوفات

	ل	ب	م	د	هـ
ل	0	0	1	2	0
ب	0	1	1	1	0
م	0	1	0	0	1
د	1	1	0	0	1
هـ	1	0	1	1	0
هـ	0	1	1	0	0

أحجية طيران:
أرادت سيدة أن تسافر جواً من هونغ كونغ إلى نيويورك فلم تجد طريقاً مباشراً. وقد وصف لها موظف في المطار الطريق هـ ك ∩ د ∩ {ل ∪ ب} ∩ ن ي هل يمكنك أن تفسر هذا الطريق؟

عندما لا تنتهي الأعداد:



هذه المجموعة تحوي أيضاً عدداً غير متناه من الأرقام. لذا نكتب $\infty = (T)$. لكن T لا تشمل على الأعداد التسعة الأولى فكان $\infty = 9 - \infty$. وهذا يبدو لنا شبيه مستحيل حسب منطقنا. إلا أن منطق المجموعات اللامتناهية يغير منطقنا مع الأعداد العادية، وهذا حقل ما يزال العلماء يدرسونه.

هذه هي مجموعة الأعداد الطبيعية $\{1, 2, 3, \dots\}$ لأنها تحتوي على عدد غير متناه من الأعداد. لذا نكتب $\infty = (T)$.

1

الإحصاء فرع جديد من فروع الرياضيات، وُضع لتسهيل المعلومات وتسهيل التبرُّع عن الأحداث المحتملة. ويجمع الإحصائيون معلوماتهم بجميع البيانات، كأن يسألوا عدداً من الناس يرونه مثلاً الجميع السكان الذين يدرسون أصولهم، وهذا ما يسمى اتخاذ العينة. وما يحصلون عليه من أساليبهم يستجولونه بطرق شتى، هذه بعض منها:

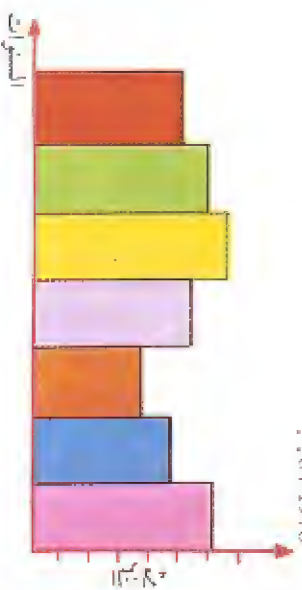
البرهان عن صحة
البرهان الأخرى :

للبلد موظفة في مكتب سياحة ، وهي تُجري أبحاثاً حول
مبتدع يؤرمه الناس في إجازاتهم . فتتخذ عينه من
المتدعين وتسألهم أسماء مثل قولها : ما جنسيتك ؟
كيف وصلت إلى المجتمع ؟ ثم تضع البيانات بأحدى
الطرق الخمس التالية :



٣. مجموعات | الأصناف :

كم كان عدد نزلاء فندق المتجمع في السنوات 1978-84.



كل عمود في هذا المخطط يمثل عمدة التولاء في سنة واحدة من السنوات السبع ، ولا علاقة لها بالسنوات الأخرى .

الرسم البياني المتوازي

كم عدد المدينين نزلوا إلى السماطى في الأسبوعين الأولين من حثيرة إن ؟



 حينئذ هذا الرسم أنك تستطيع أن تجعل عدة أساليب في
رسم واحد . هل تستطيع أن تعطينا في رأيك كيف
الأسس ما نلاحظه ؟ وفي أي مكان كان الخط شديد ؟

المخطط الدينامي .

ما جسيمة العاقبة المعطى من المستجيبين؟
تقسم هذه الدائرة إلى قطاعات تمثل النسب الثورية
الاجتماعية.



وَيُنَادِي زَاوِيَةً كَأَنَّهَا خَلْدٌ كَبِيرٌ يُسَبِّحُ بِحَمْدِ رَبِّهِ مِنَ الْمَحْجَرِ ۚ

تکون کا جنسہ. فیناک مثلاً 125/5111

$$+ \frac{1}{10} \times 0.0001 = 0.0001$$

وَقَدْ كُنَّا مِنْ أَفْوَاجٍ

2. مخطط الاستطلاات :

1. *Staphylococcus aureus*
 2. *Staphylococcus aureus*
 3. *Staphylococcus aureus*
 4. *Staphylococcus aureus*
 5. *Staphylococcus aureus*
 6. *Staphylococcus aureus*
 7. *Staphylococcus aureus*
 8. *Staphylococcus aureus*
 9. *Staphylococcus aureus*
 10. *Staphylococcus aureus*

طرق أخرى 6	
التقويم والسجلات	20
التقويم والتقارير	22
الطائر 52	

تعرض هذه البيانات في معظمها لتكون من مستطيلات
ويؤخذ طول المستطيل يمثل الطول الذي يؤخذها
الكرة في المخطط الدائري.

ثلاثة أنواع من المعدلات:

كثيراً ما نحتاج إلى معرفة سريعة لغالبية ما أمامنا من بيانات. لذلك يستعمل الإحصائيون واحداً من ثلاثة أنواع من المعدلات هي الوسيط والوسط والمتوسط الحسابي وذلك حسب نوع العمل:



يريد فريد أن يعرف معدل أحجام الأرجل كي يحدد حجم الأحذية التي ستوردّها. فالمعدل الذي يتطلبه هنا هو الوسيط، أي المقاس الشائع.

هذه لعبة بها يضرب اللاعب ثقلاً ما بالمطرقة. فإذا كانت ضربته أكبر من المعدل يقرع جرس. لذلك وجد صانع اللعبة معدل قوى الناس بأن قاس قوى 100 فرد وأخذ متوسطها، إن المتوسط هو ما يقع في الوسط.



أما المعدل الأكثر شيوعاً فهو المتوسط الحسابي، وذلك بأن تجمع جميع البيانات وتقسم مجموعها على عدد المشتركين. في هذه الحالة كان مجموع ما صادته الثلاثة من السرطانات 21. تقسم عليهم بالتساوي فينال كل واحد 7 وهذا هو المتوسط الحسابي.



ما الوسيط والوسط والمتوسط الحسابي لعدد الذين يذهبون للسباحة في هذا الأسبوع؟



المتوسط الحسابي	المتوسط	المتوسط الحسابي
415	380	340
380	340	270
340	300	315
300	270	315
270	300	315
315	300	315

البيانات التي يجمعها الإحصائيون تستعملها الحكومات في تخطيطاتها الطويلة الأجل. ويستعملها التجار في تحديد السلع التي يعرضونها



5. بيان التوزيع:

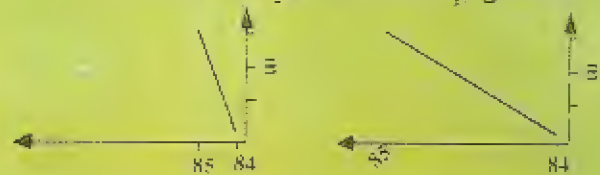
هل من علاقة بين المبالغ التي تصرف وأعمار الذين يصرفونها؟ يستعمل بيان التوزيع لرسم معلومات لا علاقة ظاهرة بينها، وذلك لاكتشاف ما يظهر من اتجاهات.



هنا رسمت ليلى مقدار المصروف لكل عمر من أعمار التزلّاء. ماذا بين لك الرسم؟

الإحصائيات لا تكذب!

ولكن الكذابين يستعملون الإحصائيات! انظر بتفصّل في الإعلانات والبيانات السياسية التي تستعمل الإحصائيات. فهي قد تكون مُضلّة.



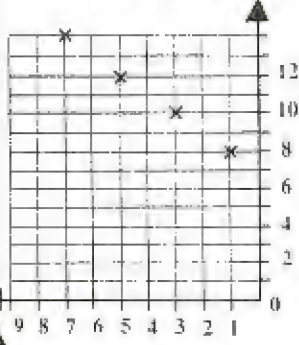
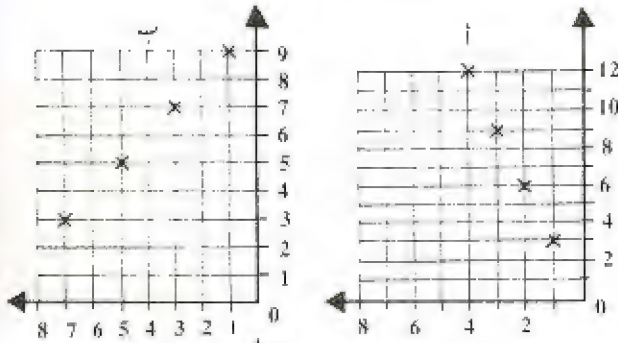
هذان الرسمان يُبينان نفس المعلومات، إلا أن الأيمن منها يُظهِر ليظهر الزيادة في عدد المواليد. هل تعرف كيف تم ذلك؟

مزید عن الرسوم البيانية

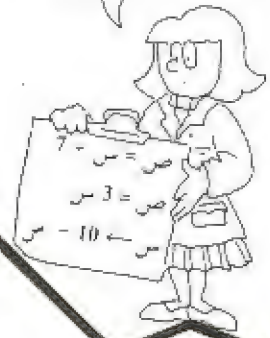
وصف العلاقات:

تكتب ص = س + 5 لتقول إن كل أعداد ص تزيد
5 على أعداد س والخط المنقط الكائن على الرسم
البياني يدعى خط ص = س + 5.

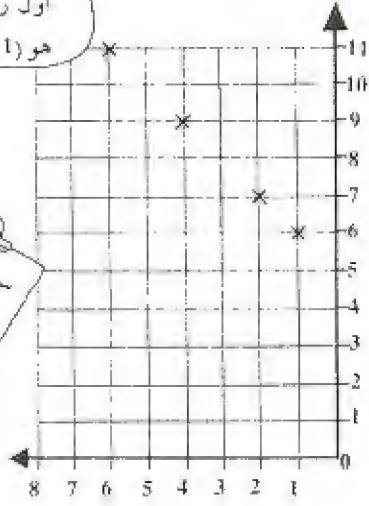
وقد نُعبر عن ذلك بالصيغة س ← ص + 5.
وهذه تقرأ عادة، كالتالي: س تقترب من ص + 5.
استعمل من هاتين الصيغتين ما تراه أسهل.



هل نستطيع أن تربط كلًا
من المعادلات التالية بواحد
من هذه الرسوم البيانية الثلاثة



أول زوج من هذه الإحداثيات
هو (1, 6).



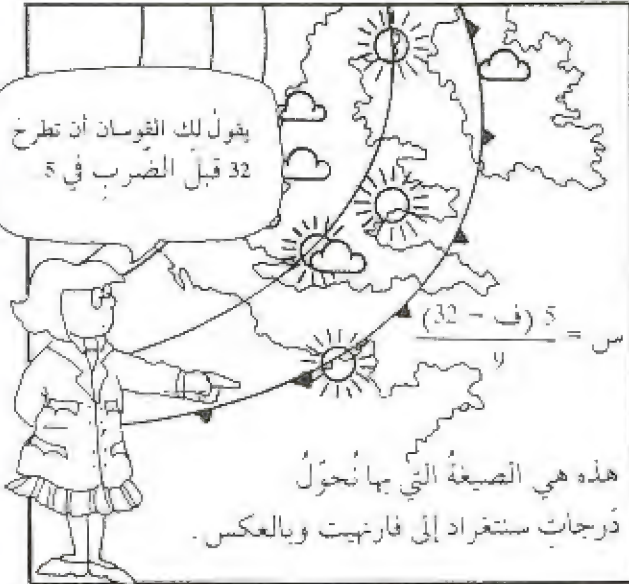
أنظر إلى مجموعتي الأعداد على اللوحة المرسومة أعلاه.
فكل عدد إلى اليمين يزيد خمسة على العدد الذي إلى
يساره. وقد رسمنا هذه الأزواج من الأعداد في الرسم
البياني المرافق. ولأن كل هذه الأزواج من الأعداد
تحافظ على هذه العلاقة، أي أن العدد ص يزيد 5 على
العدد س، فإن النقط كلها تقع على خط مستقيم. وكل
زوج آخر من الأعداد بهذه العلاقة يقع أيضاً على هذا
الخط؛ مثلاً - 2، 3 و $2\frac{1}{2}$ ، $7\frac{1}{2}$.

حل المعادلات:

كل واحدة من المعادلات السابقة تصف علاقة تسري
على أزواج كثيرة من الأعداد، فأنت تستطيع أن تجد
قيمة ص التي ترافق قيمة س، وبالعكس. وفي صفحة
21 (عن الزوايا) رأيت أن $110 + ج = 180$. ولأن
المجموع الكلي للزوايا كان 180°، استطعنا أن نجد
قيمة ج.

وهناك طريقة أخرى لإيجاد قيمة ج وذلك بأن نرسم
الخط البياني للمعادلة $ج = 110 + 180$.
ولكن هذه الطريقة قد تستغرق وقتاً طويلاً، لذا نلجأ
إلى طرق أخرى لحل المعادلات. وفي الصفحة المقابلة
طريقتان مختلفتان لحل هاتين المعادلتين:

$$2 \text{ ص} - 11 = 7 \text{ و } \frac{5(32 - \text{ف})}{9} = 20$$

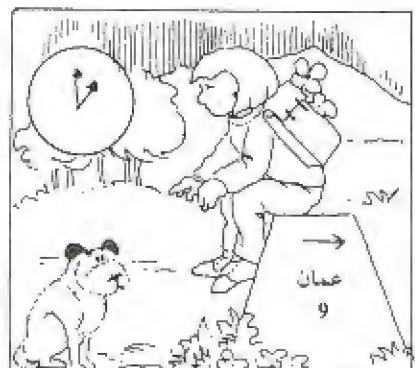
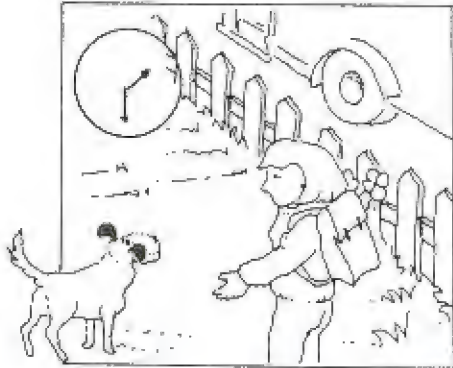
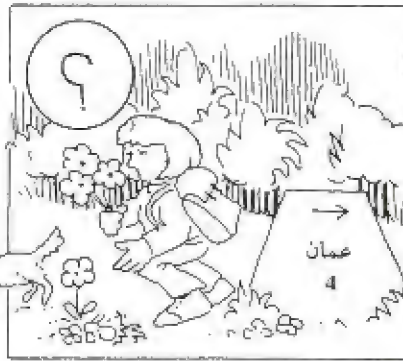
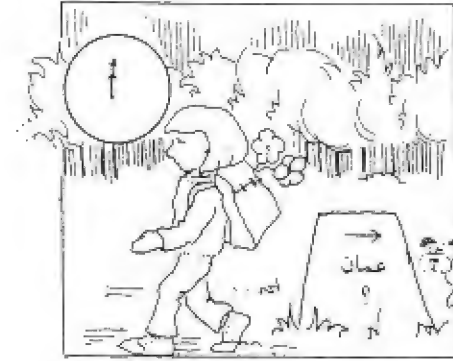
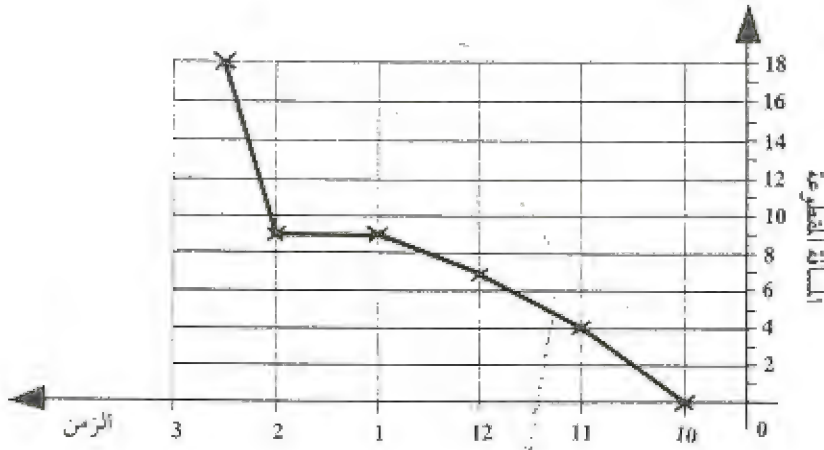


هذه هي الصيغة التي بها نحول
درجات ستغراد إلى فارغيت وبالعكس.

لغزُ صورة:

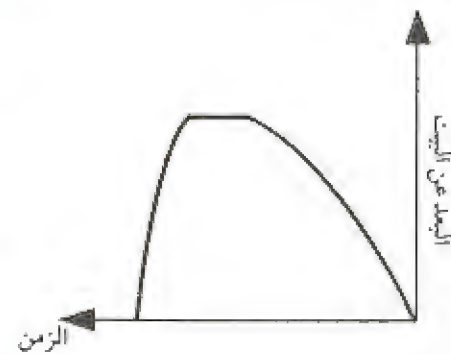


الصور السُفلى تحكي قصة فتى خرجَ مشياً على الأقدام، والخط البياني الأيمن يصف رحلته. فكل نقطة على الخط تبين كم قطع في وقت معين. هل تستطيع أن تملأ الفراغات المبيّنة بالصُور؟



قراءة الرسوم البيانية:

أهم ما في قراءة الرسم البياني أن تلاحظ ماذا يعني كل من المحورين.



هذا رسم للرحلة المبيّنة في الشكل الأعلى، إلا أن دلالات المحاور تختلف. فهنا بدّل أن تعطى المسافة المقطوعة إجمالاً أعطي بُعد الفتى عن النقطة التي بدأ منها.

تحذير:

لا تسرع في حكمك.

قد يُظهر الرسم البياني مثلاً، أن نتائج الناس تتحسن في امتحان الرياضيات كلما زادت حجّومُ نعالهم. هل يعني هذا أنه كلما كُبرت قدماك أصبحت أحسن في الرياضيات؟

فتش دائماً عن العوامل الأخرى التي قد تسبب في إيجاد العلاقة.

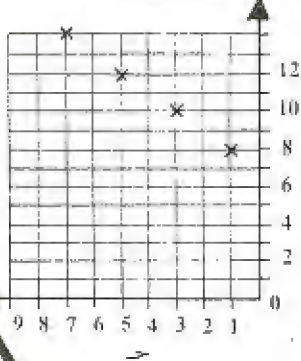
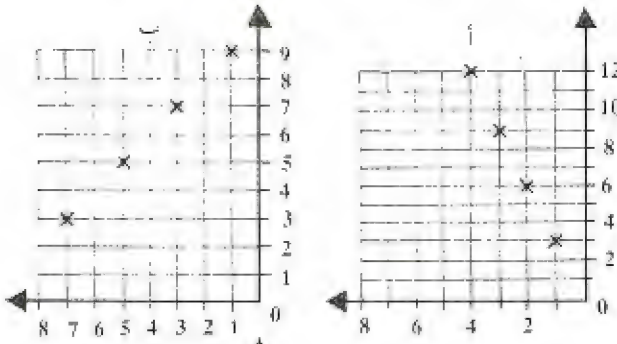


مزيد عن الرسوم البيانية

وصف العلاقات:

تكتب ص = س + 5 لتقول إن كل أعداد ص تزيد
5 على أعداد س والخط المنقط الكائن على الرسم
البياني يدعى خط ص = س + 5.

وقد نُعبر عن ذلك بالصيغة س ← ص - 5.
وهذه تقرأ عادة، كالتالي: س تقترب بـ 5 من ص.
استعمل من هاتين الصيغتين ما تراه أسهل.



هل تستطيع أن تربط كلًا
من المعادلات التالية بواحد
من هذه الرسوم البيانية الثلاثة



أول زوج من هذه الإحداثيات
هو (6, 1).



انظر إلى مجموعتي الأعداد على اللوحة المرسومة أعلاه.
فكل عدد إلى اليمين يزيد خمسة على العدد الذي إلى
يساره. وقد رسمنا هذه الأزواج من الأعداد في الرسم
البياني المرافق. ولأن كل هذه الأزواج من الأعداد
تحافظ على هذه العلاقة، أي أن العدد ص يزيد 5 على
العدد س، فإن النقط كلها تقع على خط مستقيم. وكل
زوج آخر من الأعداد بهذه العلاقة يقع أيضاً على هذا
الخط؛ مثلاً - 2، 3 و $2\frac{1}{2}$ ، $7\frac{1}{2}$.

حل المعادلات:

كل واحدة من المعادلات السابقة تصف علاقة تسري
على أزواج كثيرة من الأعداد، فأنت تستطيع أن تجد
قيمة ص التي ترافق قيمة س، وبالعكس. وفي صفحة
21 (عن الزوايا) رأيت أن $110 + ج = 180$. ولأن
المجموع الكلي للزوايا كان 180° ، استطعنا أن نجد
قيمة ج.

وهناك طريقة أخرى لإيجاد قيمة ج وذلك بأن نرسم
الخط البياني للمعادلة $ج = 110 + 110$.
ولكن هذه الطريقة قد تستغرق وقتاً طويلاً، لذا نلجأ
إلى طرق أخرى لحل المعادلات. وفي الصفحة المقابلة
طريقتان مختلفتان لحل هاتين المعادلتين:

$$2 ص - 7 = 11 \text{ و } 5 (ف - 32) = 20$$

9

يقول لك القوسان أن تطرح
32 قبل الضرب في 5



هذه هي الصيغة التي بها نحول
درجات ستغراد إلى فارنهایت وبالعكس.

1 - جد بضعة أزواج من الأعداد تنطبق عليها هذه العلاقة .

س ص
(1 ، 4)
(3 ، 6)
(5 ، 8)

رسم المعادلات :

تستطيع أن ترسم أي علاقة تُعطى لك بأي من الصيغتين السابقتين . اتبع الخطوات المبينة إلى اليسار في رسم المعادلة $ص = س + 3$.

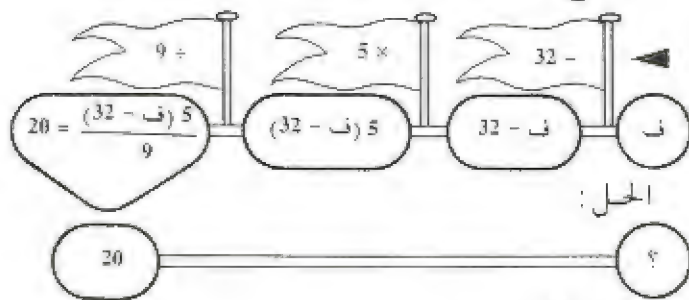
2 - ضع هذه النقط على رسم بياني .

3 - صل بين هذه النقط بخط .

عند عكس العملية اعكس الإشارة التي على الأعلام .

المعادلة المطلوب حلها : $20 = \frac{5(ف - 32)}{9}$

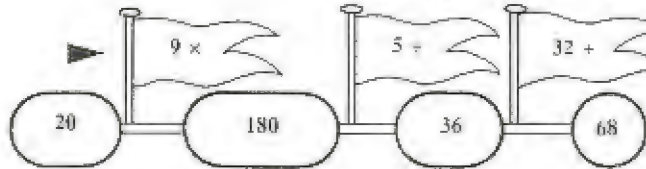
طريقة العمل :
الشرح :



الحل :



وهنا أيضاً تعكس العملية :



الجواب $ف = 68$. ولذا فعندما تكون درجة الحرارة $20^{\circ}ص$ تكون $68^{\circ}ف$.

الطريقة الجبرية :

الشرح :

تأخذ 32 من $ف$ ونضرب الباقي في 5 ، ونقسم الناتج على 9 فيكون الناتج الأخير 20 .

الحل :

إذا كان $20 = \frac{5(ف - 32)}{9}$

فإن $9 \times 20 = 5(ف - 32)$

وهكذا $180 = 5(ف - 32)$

و $360 = \frac{180}{5} = 5(ف - 32)$

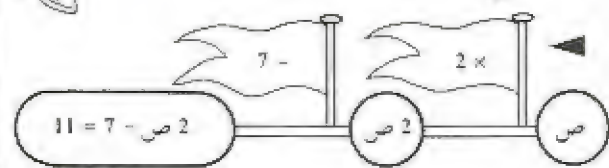
فإذا كان $36 = 5(ف - 32)$

فإن $68 = 36 + 32 = 5(ف - 32)$

الجواب $ف = 68$.

المعادلة المطلوب حلها : $11 = 7 - 2ص$

طريقة العمل :
الشرح :

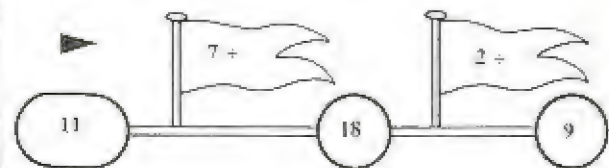


ضاعفنا قيمة $ص$ ، وطرحنا 7 من الناتج فكان الجواب 11

الحل :



لإيجاد قيمة $ص$ التي ينتج عنها 11 ، اعكس العملية :



الجواب $ص = 9$

الطريقة الجبرية :

الشرح :

يجب أن نأخذ 7 من 2 $ص$ ليقى 11

الحل :

إذا كان $11 = 7 - 2ص$

فإن :

$2ص = 7 - 11$

وهكذا :

$2ص = 18$

$ص = 9$

الجواب $ص = 9$

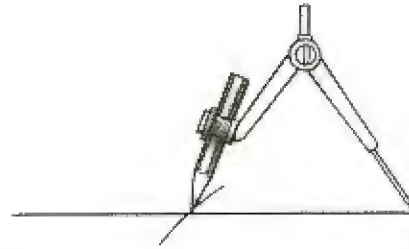
جاءت كلمة الجبر من عنوان كتاب وضع حوالي سنة 830 م ، وضعه الرياضي العربي الشهير محمد بن موسى الخوارزمي وفيه وُصِفَ طريقة حل المعادلات ، وسماها طريقة الجبر والمقابلة .

الهندسة :

تُعلمنا الهندسة أن نرسم أشكالاً رياضية دقيقة ، ومنذ القرن الرابع عشر قبل الميلاد كان الناس في مصر يدرسون طرق القياس الدقيق ، لأن الضرائب كانت تُدفع حسب حجم الممتلكات . أما اليوم فإن رسم الخرائط والمساحة وتخطيط الطيران ، والهندسة المعمارية ودورات الحاسوب ، كلها تعتمد على الدقة الهندسية ، وإليك بعض الإنشاءات الهندسية المعيارية .

رسم خط بطول دقيق :

ارسم أولاً خطاً أطول من المطلوب ، وضع علامة عند أحد طرفيه ، ثم افتح فرجارك بالطول المطلوب .



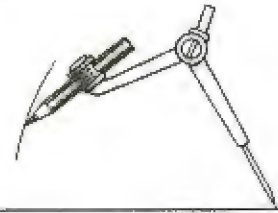
تأكد قبل أن تبدأ
أن لديك كل
الأدوات اللازمة .

ضع رأس الفرجار على العلامة وارسم قوساً صغيراً على الخط بقلم الفرجار .

رسم مثلث (أضلاعه 5 سم ، و 3 سم ، و 7 سم) :

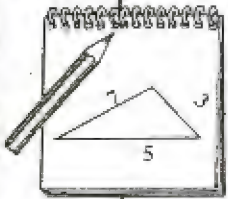
1 - عيّن طول 7 سم على خط مستقيم .

3 - افتح الفرجار بطول 5 سم وارسم قوساً ثانياً من الطرف الثاني للخط .

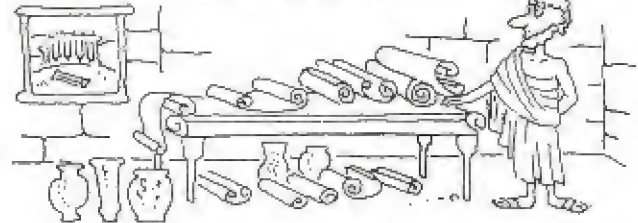


2 - افتح الفرجار بطول 3 سم وضع رأسه عند أحد طرفي الخط وارسم قوساً كما في الشكل .

4 - صل بين الرؤوس الثلاثة وتأكد من صحة الأطوال بالقياس .

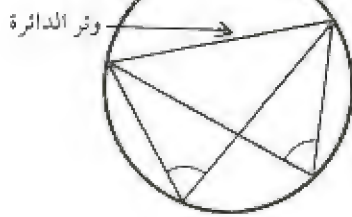


الرياضيات اليونانية في يومنا هذا :



إننا ما زلنا نعجب باليونان القدماء لدقة معارفهم الهندسية . ومن أشهر رياضيتهم إقليدس الذي مكّنته دقة أشكاله الهندسية من الوصول إلى اكتشافات هامة وفي هاتين الصفحتين اثنتان منها .

نظرية إقليدس :



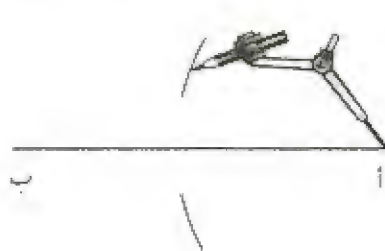
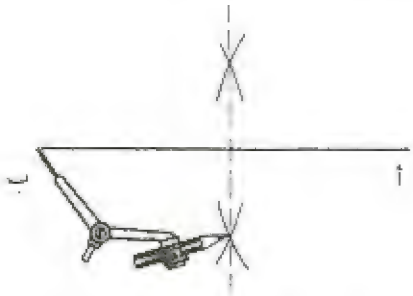
إذا رسم وتر عبر دائرة ما فكل الزوايا التي تُرسم منه إلى محيط الدائرة تكون بنفس الحجم ، شرط أن تكون النقاط على الجانب نفسه من الوتر .

تنصيف الخط :

3 - أعد هذا العمل من الطرف الثاني

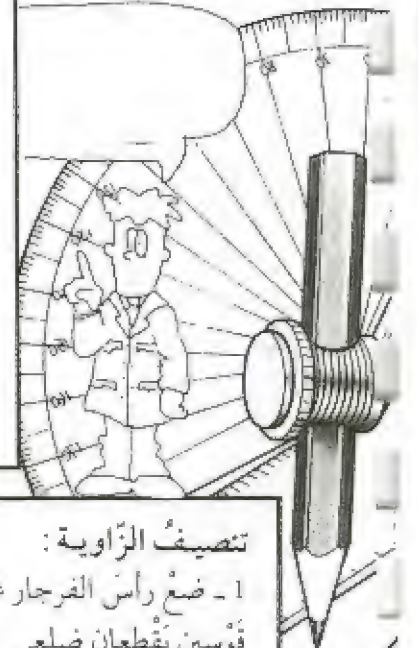
للخط دون تغيير فتحة الفرجار.

1 - افتح الفرجار أكثر من نصف الخط.



4 - صل بين نقطتي التقاطع بخط، وهذا الخط يُقسّم أ ب إلى نصفين.

2 - من أحد طرفي الخط ارسم قوسين أحدهما فوق الخط والثاني تحته، كما في الشكل.



رسم خطين متوازيين (البعد بينهما 2 سم) :

1 - ارسم خطاً طوله حوالي 4 سم.



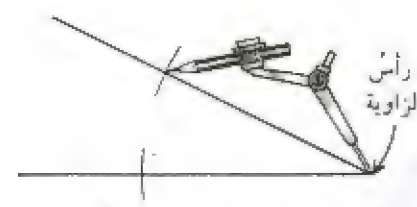
2 - علّم ثلاث نقاط أ، ب، ح على الخط، ثم نصّف أ ب، ب ح بخطين.



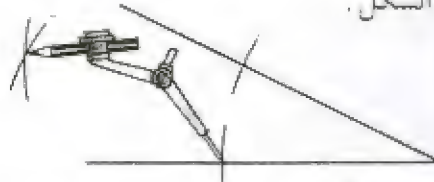
3 - علّم طول 2 سم على كلٍّ من الخطين بدءاً من نقطة تقاطعه مع خط أ ب ح. صل بين العلامتين بخط.

تنصيف الزاوية :

1 - ضع رأس الفرجار عند رأس الزاوية، وارسم قوسين يقطعان ضلعي الزاوية كما ترى.



2 - ضع رأس الفرجار عند كلٍّ من نقطتي التقاطع وارسم قوسين آخرين يتقاطعان في نقطة، كما في الشكل.



3 - الخط الذي يصل رأس الزاوية بنقطة تقاطع هذين الخطين يُقسّم الزاوية إلى نصفين.

أسهل طريقة لاختبار نظريتي إقليدس هي أن ترسم دوائر وأوتاراً وأن تقيس الزوايا بالمنقلة.

3 - اقرأ حجم الزاوية

على الضلع

الثاني، هل هو

100° أم 80° ؟

1 - طبق خط الصفر

في المنقلة على أحد

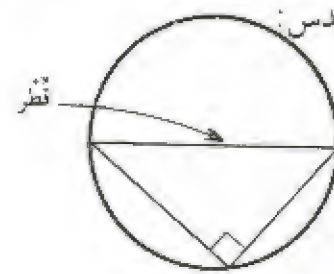
ضلعي الزاوية.

2 - اجعل محور المنقلة

عند رأس الزاوية.



نظرية ثانية لإقليدس :



إذا مر وتر بمركز الدائرة (أي كان قطراً فيها) فأني زاوية ترسم منه إلى محيطها هي 90° .

نماذج عددية:

لقد توصل الرياضيون، منذ أيام فيثاغورس (حوالي 550 ق.م.) إلى الكثير من اكتشافاتهم عن طريق دراسة النماذج الموجودة في نظامنا العددي. وفي هاتين الصفحتين نقدم لك بعض المعلومات عن قليل من هذه النماذج.

المربعات:

— يوضع الرقم 2 فوق أي عدد ليقول لك أن تضربه في نفسه:

$$144 = 12^2, 81 = 9^2, 4 = 2^2$$

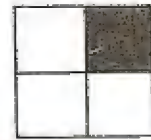
والرقم 2 الصغير يدعى القوة وبقراءة المربع لأن ضرب العدد في نفسه يُشرح بمربع:



3 مربعة = تسعة

$$9 = 3^2$$

وكل عدد يمكن تربيعه، ولكن الجواب قد يكون غير ما تتوقع:



$$\frac{1}{4} = \frac{2^1}{2^2}$$

الجذور التربيعية:

الجذر التربيعي لأي عدد هو العدد الذي إذا ضرب في نفسه ينتج العدد الأصلي.

الجذر التربيعي للعدد 12.96 هو 3.6 لأن $3.6 \times 3.6 = 12.96$.

القوى:

كثير من الحسابات في الرياضيات تستلزم ضرب العدد في نفسه أكثر من مرة، ولذا كثيراً ما نجد قوى أكبر من 2. فالمليون يساوي:

الأس كلمة ترادف القوى



$$10^6 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$$

والقوة 6 تعني أن 6 عشرات ضرب

$$\text{بعضها في بعض. } 32 = 2^5 \text{ لأن } 32 = 2^5$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5 \text{ القوة 5 تسمى}$$

عادة المكعب.

ما قيمة 2^5 ؟



الأعداد الأولية:

هذه الأعداد خبّرت الرياضيين قروناً طويلة، لأنها لا تتبع أي غلط معروف. العدد الأولي ليس له أي عامل غير نفسه والواحد. والعامل في عدد يقسمه دون باقي. فالعدد 40 ليس أولياً لأن عوامله 1، 2، 4، 5، 8، 10، 20، 40. فله إذن ثمانية عوامل. إلا أن 41 لا ينقسم إلا على 1، 41 ولذلك فهو أولي.

تبيان الأعداد الأولية:

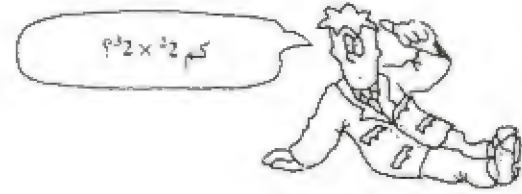
من الطرق لإيجاد الأعداد الأولية دون 121 هي أن نقسم كل عدد على 3، 5، 7. فما انقسم ليس أولياً، وما لم ينقسم فهو أولي. وإذا شئنا توسيع هذا الاختبار ليشمل القسمة على 11 فيجب أن نختبر جميع الأعداد التي دون 169. هل تعرف لماذا؟

الضرب بالقوى:

الأشكال المعيارية:

كثيراً ما يتعامل العلماء مع أعداد كبيرة جداً وأعداد صغيرة جداً. فمثلاً بعد الأرض عن ألفا كتاورس الذي هو أقرب نجم إلينا بعد الشمس، هو 40 350 000 000 000 000 م وأنوار الصوديوم التي تنير الشوارع طول موجتها 0.000 000 589 م ومن غير الملائم كتابة الأعداد بهاتين الصيغتين، لأن تصورها صعب وقراءتها صعبة، وهي عرضة للخطأ في الكتابة وفي القراءة، ولذا نكتبها بما يسمى الصيغة المعيارية. والصيغة المعيارية تقتضي أن يكون العدد بين الواحد والعشرة، مضروباً بقوى العشرة. فبعد ألفا كتاورس عن الأرض هو 4.035×10^{16} وكذلك طول موجة ضوء الصوديوم 5.89×10^{-7} .

$2^5 = (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2) = 2^3 \times 2^2$
عند ضرب عددين متساويين بقوى متساوية أو مختلفة، كل ما يلزم هو جمع القوى (الأسس).



قسمة القوى:

$$2^5 = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2} = 2^2 = 2^5 \div 2^3$$

عند قسمة عددين متماثلين ولكن بقوى مختلفة اطرح الأسس:

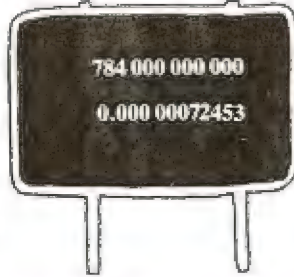
$$\frac{1}{2^2} \text{ أو } 2^{-2} = \frac{2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = 2^3 \div 2^5$$

الأس السالب دائماً يقول لك إن العدد مقلوب، أي أنه في المقام (والبسط واحد).

$$\frac{1}{1000} = \frac{1}{10^3} = 10^{-3}$$

هل يمكنك أن تكتب 10^{-5} بالشكل المقلوب؟

هل يمكن أن تكتب هذين العددين بالصيغة المعيارية؟



قواعد للأعداد الأولية:

حاول رياضيون كثيرون أن يضعوا قوانين لإيجاد أعداد أولية. من هذه القوانين $2^n - 1$ اضرب أي عدد في نفسه 2^n اطرح من الناتج العدد الأصلي $2^n + 1$ اجمع 41 عدد أولياً = الناتج عدد أولي

يصح هذا القانون لبعض الأعداد، ولكنه يفشل إذا كان العدد 41. جرب هذا القانون بنفسك.

شيفرات سرية:

ليس هنالك قاعدة لتعيين الأعداد الكبيرة الأولية. فلا نعرفها إلا بالقسمة الطويلة. وأكبر عدد أولي اكتشف حتى اليوم يتكون من 25692 منزلة.

وقد استغرق الكمبيوتر عدة أسابيع في الحصول عليه، ولأن الأعداد الأولية تستعصي على المكتشفين، فإنها تستعمل في أحدث الشيفرات السرية، وهذا هو الاستعمال الوحيد لها.

الأعداد الثنائية:

يستطيع الحاسوب والحاسبات الإلكترونية، أن تحلّ مسائل بالغة التعقيد، ولكنها لا تستطيع أن تتعامل مع نظامنا العشري بطريقة مباشرة. إن تعاملها مع معلومات تُعطى على شكل إشارات كهربائية، والإشارة قد تكون مفتوحة (ON) أو مغلقة (OFF). وهذا يدعى نظام العد الثنائي (لأساس 2).

كيف يعمل النظام الثنائي:

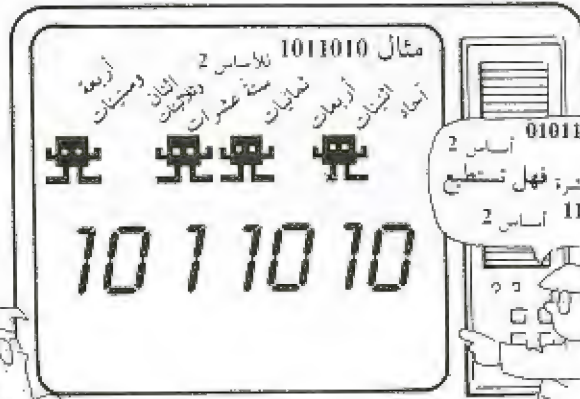
مبدأ النظام للأساس 2 هو نفس مبدأ نظامنا العشري، ويسمى أيضاً النظام للأساس 10. فكل رقم يختلف قيمته باختلاف منزلته في العدد. ففي النظام العشري تبين الأرقام عدد الأحاد والعشرات فالمئات فالآلاف... (انظر الصفحة 6). وفي النظام الثنائي تبين الأرقام عدد الأحاد فالإثنين فالأربعات فالثمانيات الخ.

وفي النظام الثنائي نكتب الأعداد مستعملين رقمين فقط هما 0، 1. ولعرفة قيمة أي منزلة: ضاعف قيمة المنزلة التي إلى يمينها. وكل منزلة هي في الواقع قوة من قوى 2، كما أن كل منزلة في النظام العشري هي من قوى 10*.

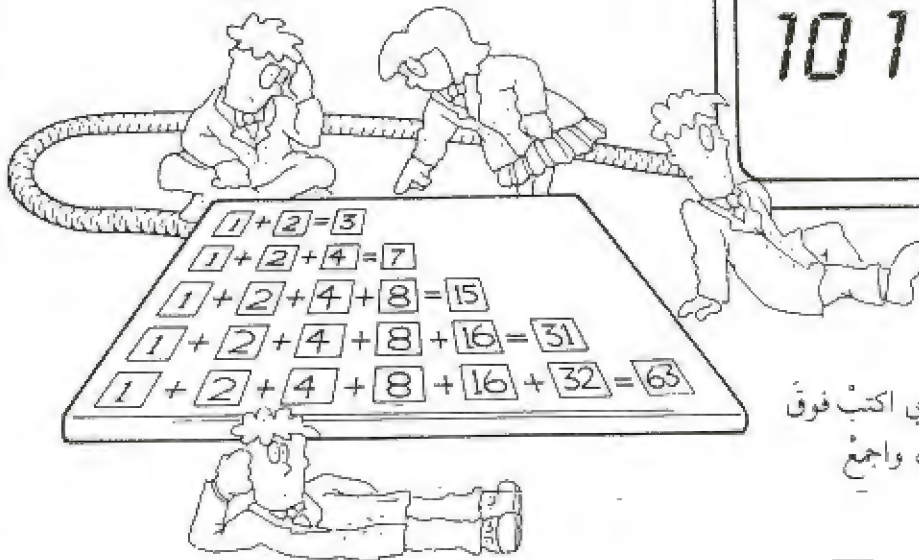
تحويل الثنائيات:

أحجية الواحد الناقص:

هل تستطيع أن تعرف مجموع $1 + 2 + 3 + 4 + 8 + 16$ $64 + 32$ من غير أن تجمع؟



وهكذا فإن 0101101 هو 90 أساس عشرة فهل تستطيع تحويل 1100101 أساس 2



عند تحويل أي عدد من الثنائي إلى العشري اكتب فوق كل رقم عنوان منزلته، ابتداءً من اليمين، واجمع عناوين المنازل التي فيها الرقم 1.

حساب الثنائيات :

إليك مراحل إيجاد مجموع 1101 أساس 2 و 101 أساس 2

يمكن أن تحسب الثنائيات دون الحاجة إلى تحويلها إلى عشريات .

ثمانيتان تساويان 16

$$\begin{array}{r} 8421 \\ 1101 \\ + 101 \\ \hline 10010 \end{array}$$

واحدان يساويان 2 فتحمل إلى المرتبة التالية

$$\begin{array}{r} 8421 \\ 1101 \\ + 101 \\ \hline 010 \end{array}$$

أربعتان تساويان 8

$$\begin{array}{r} 8421 \\ 1101 \\ + 101 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8421 \\ 1101 \\ + 101 \\ \hline 0 \end{array}$$

اظهرها من الثمانية في العمود التالي .

$$\begin{array}{r} 8421 \\ 1011 \\ - 101 \\ \hline 110 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8421 \\ 1011 \\ - 101 \\ \hline 10 \end{array}$$

لا يمكن طرح 4 من لا شيء .

عند طرح ثنائية من ثنائية، غالباً ما تحتاج إلى طرح 1 من 0. انظر في هذا الحل .

$$\begin{array}{r} 8421 \\ 1011 \\ - 101 \\ \hline 10 \end{array}$$

لا مشكلة هنا .

$$\begin{array}{r} 8421 \\ 1011 \\ - 101 \\ \hline 0 \end{array}$$

مسائل الحاسوب :

عندما يُرسل حاسوب رسالة إلى حاسوب آخر باستعمال الأحاد والأصفار يجب التأكد من أن الحاسوب المستقبل يتلقى المعلومات الصحيحة. لذا نحتاج إلى وسيلة لاكتشاف الخطأ .

ما نزال نستعمل الأساس 60 في حساب الدقائق والثواني . ما مقدار 1920 ثانية بالدقائق ؟

أسس أخرى :

تستطيع في الواقع أن تحسب لأي أساس تشاء، ففي الأساس 4 مثلاً تكون قيم المنازل 1، 4، 16، 64 على التوالي .

إحدى الوسائل المستعملة هي أن نكرر كل رقم مرتين إضافيتين . فالرقم 1100111 يصبح 000 000 111 111 111 111 . هناك غلطتان في العدد: 101 0000 10 111 0000 .
أنتعرف ما هما ؟

لماذا يفضل تكرار الرقم مرتين على تكراره مرة واحدة ؟



الاحتمالات :

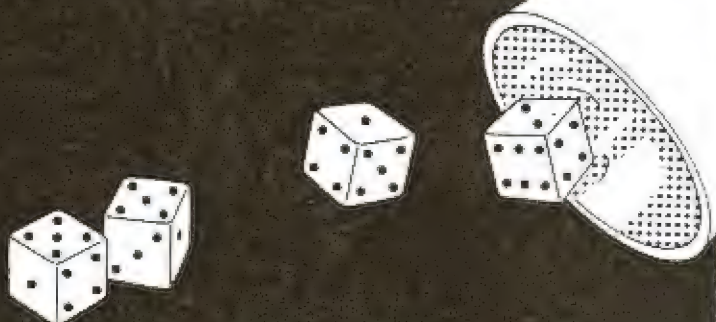
دراسة الاحتمالات من أكثر فروع الرياضيات إثارة، لأنها تمكننا من إلقاء نظرة على المستقبل. إن قوانين الاحتمالات لا تستطيع أن تتوقع بالضبط ما قد يحدث، ولكنها تستطيع أن تشير إلى وقوع أكثر الأحداث احتمالاً. وفي الصفحات الثلاث التالية نبين كيف نحسب الاحتمالات. وعلى الصفحة 45 نجد برامج أعدت لتجربى على الحاسوب المنزلي لمعرفة مدى صحة ما تتوقعه الاحتمالات.

اقذف قطعة عملة فضية في الفضاء، عندما تستقر القطعة على الأرض يكون احتمال وقوعها على الوجه الذي فيه صورة مساوياً لاحتمال وقوعها على الوجه الذي عليه كتابة. فاحتمال وقوعها إذن على هذا الوجه أو ذاك هو 50-50 أو $\frac{1}{2}$.



أزواج في النرد:

هنالك ألعاب كثيرة يستعمل فيها نردان. فما احتمال ظهور زوج (سنتين أو خمسين، الخ)؟
لحساب احتمال وقوع أي حدث، جدد أولاً كل النتائج المحتملة.

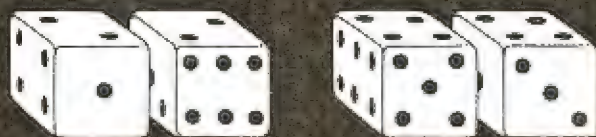


(أ) فهناك 36 وضعاً يمكن أن يستقر عليها النردان، كلها متساوية الاحتمال.
(ب) من هذه الأوضاع: ستة فقط أزواج، فاحتمال ظهور زوج هو $\frac{6}{36}$ أي $\frac{1}{6}$.



مزدوج الأزواج:

ما احتمال ظهور مزدوجين متتاليين في رميتين؟



القاعدة 1 :

عندما تعتمد النتيجة على وقوع عدة أحداث، اضرب الاحتمالات بعضها في بعض.

كل مرة يأتيك مزدوج في الرمية الأولى، هنالك احتمال 1 إلى 6 أن يأتيك مزدوج في الرمية الثانية. إذن هناك $\frac{1}{6} \times \frac{1}{6}$ أي $\frac{1}{36}$ احتمال أن تحصل على مزدوجين في الرميتين.

المخططات المشجرة:

طفلتان

طفلة فطفل

طفل فطفلة

طفلان



تُخطط عائلة لإنجاب مولودين ذكرين، واحتمال وقوع ذلك هو $\frac{1}{4}$. ذلك لأن هناك أربع حالات محتملة، كما يبين المخطط المشجر إلى اليسار. واحتمال مجيء الأنثى كاحتمال مجيء الذكر. والمخطط المشجر وسيلة مفيدة لمعرفة الاحتمالات، لأنها تمكن من رؤية كل الاحتمالات الممكنة.

احتمالات الربح:

استعمل كل الطرق المبنية أدناه لحساب احتمالات ربحك في هذه اللعبة.

أ) هنالك 52 ورقة لعب تشتمل على 4 آسات و 12 صورة، أي 16 ورقة رابحة من 52. فاحتمال

$$\frac{4}{13} = \frac{16}{52}$$

الربح ب) هنالك 4 آسات، احتمال ربحها $\frac{4}{52} = \frac{1}{13}$ وهنالك 12 صورة احتمال ربحها $\frac{12}{52}$ أو $\frac{3}{13}$ ويعني مجموع احتمالات من $\frac{4}{13} = \frac{3}{13} + \frac{1}{13}$

تربح إذا حصلت على آس أو صورة

سلم الاحتمالات:

يستعمل الرياضيون سلماً مدرجاً من 0 إلى 1 ليعتبروا احتمال وقوع أي حدث. وهم يعتمدون على الإحصاء للحكم على الحدث إذا كان ممكناً أو لا.

1. سُمطر في السنة القادمة (تبين

الإحصاءات أنها تمطر سنوياً).

$\frac{1}{2}$ - احتمال أخذ فردة الحذاء

اليسرى من فردين عشوائياً.

$\frac{1}{7}$ - احتمال أن يكون

عيد ميلادك يوم الأحد.

0 - احتمال أن ينزل

رواد الفضاء على

سطح الشمس.



1 - تعني أن وقوع الحدث مؤكد إلى أقصى حد. والصفر يعني أن الاحتمال بعيد الوقوع حتى لبعيداً مستحيلاً.

القاعدة 2:

إذا كان الحدثان متباعدين، أي لا يعتمد أي منهما على الآخر، إجمع احتماليهما.

لعبة البنجو:

في لعبة بنجو أعلن عن عشرة أرقام. فما احتمال أن تربح هذه الورقة في الإعلان القادم؟
بعد أن أعلن عن عشرة أرقام يبقى هنالك 89 رقماً للإعلان الثاني، وتربح هذه الورقة إذا أعلن عن رقم 25 أو 33 فاحتمال ربحها إذن $\frac{2}{89}$.

تطابق الأبراج:

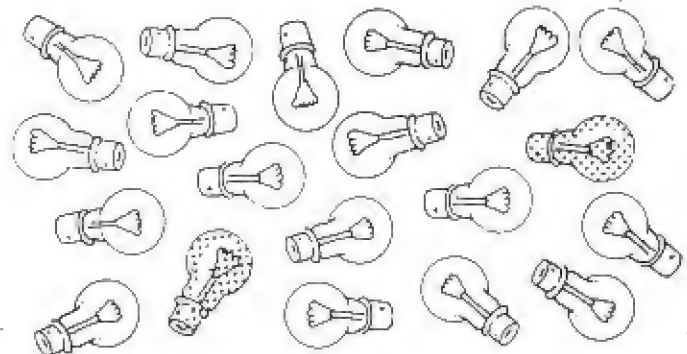
هل تعلم أن في كل مجموعة من ثلاثة أشخاص هنالك احتمال $\frac{24}{100}$ أي 24% بوجود اثنين منهم من برج واحد؟

أحسب أولاً احتمال أن يكون الثلاثة من أبراج مختلفة. فبرج منى هو العقرب. ولما كان هناك 12 برجاً فهناك احتمال $\frac{11}{12}$ أن يكون برج غادة مختلفاً. وإذا كانا مختلفين يبقى احتمال عدم مطابقة برج إيهاب عنها بما نسبته $\frac{10}{12}$.



ضبط النوعية:

مصنع يُنتج آلاف المصابيح الكهربائية يومياً ويستحيل أن نفحص كل مصباح على حدة، ولذا نأخذ عينة.



في حالة مصابيح الكهرباء قلّ شعير غيبواحدة في الألف أمراً مقبولاً. إلا أن هذا يؤدي إلى كوارث في حالة صنع طائرات ركاب، حيث تتعرض أرواح الناس إلى الخطر.

فيذا وجدنا أن واحداً من عشر مصابيح تالف نحكم بأن عشر المصابيح تالف.

أجوبة الألغاز والأحاجي

الصفحتان 4 و 5:

كم؟

الكلمات المرافقة للأعداد قد تكون:

ساعة بالطائرة (1)، أو ساعات بالسيارة (5)، أو

كيلومترات (200)، أو أميالاً (125).

المئات والألوف:

1. 2233

2. 13

3. 900

4. الرقم 2 على الأيسر 2000.

والرقم 2 على الأيمن 2.

الصفحتان 6 و 7:

أعمل عقلك:

0.8 أكبر من 0.396.

0.5، 0.50، 0.500 كلها متساوية.

والأصفار على اليمين تبين أن العدد = 0.5 تماماً.

التدوير:

7.22، 2400

القسمة على كسور عشرية:

رغم أن الفاصلة العشرية تبدو وكأنها تتحرك، لكن

الواقع حقاً أن الأرقام تُغيرُ منازلها.

الصفحتان 8 و 9:

جمع الأعداد السالبة:

$2 - 6 = 4 + 7 - 4 = 3$ ؛ $3 - 2 = 3 \times 2 = 6$ ؛ $4 - 8 = 2 \times 4 = 8$ ؛ $3 \times 3 = 9$.

الموجّهات:

الموجّه ب ($\frac{6}{4}$)، الموجّه خ ($\frac{8}{3}$)

الصفحتان 10 و 11:

2، 4، 8، $128 \div 8 = 16$.

الضرب في 9:

نعم 684 تنقسم على 9

($9 = 1 + 8$ ، $18 = 6 + 8 + 4$).

الضرب في 10:

للضرب في 1000 أضف ثلاثة أصفار.

الضرب في 15:

أ (120، ب (540، ج (1380.

طالب يغلب معلمه: اكتب المجموعتين مرتين

متعاكستين، واجمع على الترتيب:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 998 + 999 + 1000$$

$$1000 + 999 + 998 + \dots + 3 + 2 + 1$$

$$1001 + 1001 + 1001 + \dots + 1001 + 1001 + 1001$$

$$1001000 = 1001 \times 1000 = \text{فضعف المجموع}$$

$$\text{والمجموع} = 500500.$$

الصفحتان 12 و 13:

تصنيف الأشكال:

هذا المبني يسمى البتاجون (كلمة يونانية معناها

الشكل الخماسي).

المضلعات المنتظمة:

يحتاج الشكل إلى عدد لا متناهٍ من الأضلاع قبل أن

يصير دائرة.

عائلة المثلثات:

يستحيل رسم مثلث أضلاعه 5، 3، 9 سم لأن طول

الضلع الثالث يجب أن يكون أصغر من مجموع

الضلعين الآخرين.

تناسق الأشكال:

صُنعت الفسيفساء من مربعات ومثلثات

ومسدسات متناسقة.

الصفحتان 14 و 15:

مساحة المستطيلات:

أ = ل × ض تعني أن مساحة المستطيل = الطول ×

العرض.

أحجية الملعب:

إحدى الوسائل لإيجاد مساحة هذا الملعب أن نقسمه

إلى مستطيلين ومثلث، وعندها نستعمل القواعد

المعروفة لإيجاد مساحات الأقسام، ونجمع هذه

المساحات.

الصفحتان 16 و 17:

إذا قطعت المخطط من رأسه إلى منتصف قاعدته يكون

المقطع مثلثاً (وهذا بالطبع ليس منحنياً).

الصفحتان 18 و 19:

الخطان متساويان، ولكن طرفي السهم تجعل الأول

يبدو أطول.

تقدير الحجم:

المكعبات اليسرى مقدارها 17 سم³، واليمنى 14 سم³.

لإيجاد حجم الأسطوانة اضرب π نق² في الارتفاع،

فيكون الحجم π نق² ع.

مكعبات البناء :
المتبقي هو الشكل 5.

الصفحتان 20 و 21 :

زوايا المضلع الداخلة :

في المسدس العادي ست زوايا متساوية ، وعلى هذا فكل
زاوية $= 720 / 6 = 120^\circ$.

الزوايا على الخط المستقيم :

$$ح = 180 - 110 = 70^\circ$$

نظرية الزوايا المتقابلة بالرأس :

$$ا ح ب + ا ح د = 180^\circ \text{ لأن } د ح ب \text{ خط مستقيم}$$

$$د ح ه + ا ح د = 180^\circ \text{ لأن } ا ح ه \text{ خط مستقيم}$$

$$\text{أيضاً. وهكذا فإن } ا ح ب = د ح ه$$

نظرية الزاوية الخارجة :

$$ه ا + ا د ه = 180^\circ \text{ لأنها زوايا مثلث } ه ا د +$$

$$د ه ح = 180^\circ \text{ لأنها تكونان خطاً مستقيماً. وإذن}$$

$$د ه ح = ا د ه$$

الانحراف والملاحه :

انحراف الباخرة 317° ، والمدمرة 251° ، والطائرة 68°.

الصفحة 23 :

الشبكات ا ، ب ، و ، ح سالكة.

الصفحة 24 :

تقدير الكسور :

$$\frac{1}{3} \text{ أكبر من } \frac{1}{10}$$

النسبة المئوية :

1. بعد سنة يعطيه المصرف 12 ليرة فائدة.

2. بعد سنة يصير ماله 132 ليرة ، وبعد سنتين يصير

$$132 + \frac{132}{10} = 145.2$$

3. يوفر 48 ليرة من السعر الأصلي ليرة الفضاء.

$$4. 240 \times 80\% = 192 \text{ ليرة.}$$

الصفحتان 26 و 27 :

مسألة الرهان :

إذا دفعت 8 قروش على الصاروخ وربح تأخذ 100.

فإذا دفعت قرشاً واحداً تأخذ $8 \div 100 = 12.5$ قرشاً.

مقاييس الرسم :

متر واحد على الخريطة يمثل 2500 م.

الألغاز :

46 إن حجم الزجاج ب هو الذي يساوي ضعف حجم

ا. أما ارتفاعها فواحد.

لا ، فنحن نحتاج إلى عدد الأقراص 8 مرات

(أي $2 \times 2 \times 2$) وذلك 400 قرص.

نظرية فيثاغورس :

المثلث الذي أضلاعه 9 ، 12 ، 15 فيه زاوية قائمة لأن

$$9^2 + 12^2 = 15^2$$

الصفحتان 28 و 29 :

المجموعة ب = مجموعة الأشكال ذات الأضلاع الثلاثة

(المثلثات)

المجموعة ج = مجموعة الأشكال ذات الأضلاع الأربعة

(الرباعية)

$$ا \cap ب = \{ د \} : \text{ أي أن د في كل من ا ، ب. فيكون}$$

$$ع (ا \cap ب) = ا$$

$$ا \cup ب = \{ ا ، ب ، د ، و ، ط ، ك \} \text{ أي العناصر التي}$$

في ا أو ب

$$\text{فإذن } ع (ا \cup ب) = 6$$

العنصر الشاذ :

كثيراً ما يكون لمثل هذه المسألة أكثر من جواب. فهنا

قد تعتبر الدائرة شاذة ، لأن الأشكال الأخرى مستقيمة

الأضلاع. وقد يعتبر المكعب شاذاً لأن الأشكال

الأخرى ذات بعدين وهو ذو ثلاثة أبعاد.

$$\text{أشكال فن } ا \cap ب \cap ج = \emptyset$$

أحجية الطيران :

هنغ كنغ فدهلي ، فلندن أو باريس ، فنيويورك.

الصفحتان 30 و 31 :

المخطط الدائري : الزوايا الأخرى لأقرب عدد صحيح

هي كما يلي :

$$\text{الفرنسيون} = 360 \times \frac{108}{500} = 78^\circ$$

$$\text{الألمان} = 360 \times \frac{100}{500} = 72^\circ$$

$$\text{البريطانيون} = 360 \times \frac{92}{500} = 66^\circ$$

$$\text{الآخرون} = 360 \times \frac{75}{500} = 54^\circ$$

وتأكد من صحة حساباتك بجمع زوايا هذه القطاعات

لتبين أنه 360°.

بيان التوزيع : يبين هذا الرسم أن أكثر الناس إنفاقاً

هم من كانوا في أواسط أعمارهم.

الوسيط والوسط والمتوسط الحسابي :

$$\text{الوسيط} = 350 ، \text{الوسط} = 380 ، \text{المتوسط} = 365$$

الإحصائيات لا تكذب :

الرسم الأيمن جعل المسافة بين 1984 و 1985 أصغر، مما يوحي بأن الفقرة الزمنية بينهما أقل .

الصفحتان 32 و 33 :

نظام الإحداثيات : ج يمثل السيدة العجوز، ا يمثل الطفل، ب يمثل الرجل .

أحد ربح السباق، ولكن الرسم يبين أن بدران كان سابقاً في البدء .

رسم البيانات :

الإحداثيات هي (1، 6)، (2، 3)، (4، 1)، (5، 3)، (6، 2) .

لغز صورة: الصورة 2: الساعة 11؛ الصورة 3: 7؛ الصورة 9.5:

الصفحتان 34 و 35 :

وصف العلاقات : أ: ص = 3 س؛ ب: 10 - س؛ ج: س + 7 .

الصفحتان 36 و 37 : الزاوية الميئة = 100° .

الصفحتان 38 و 39 :

القوى : $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$.

$2^3 \times 2^2 = 2^5$.

$10^{-5} = \frac{1}{10^5}$.

الشكل المعياري : 7.84×10^{11} ؛ 7.62453×10^{-7}

تعيين الأعداد الأولية : الأعداد 2، 3، 5، 7، 11 تنقسم كل عدد أقل من 169 (وهو 13^2 أي مربع أول عدد أولي بعد 11) إلا الأعداد الأولية . ولذا نستطيع أن نستخدم الأعداد الأولية الخمسة الأولى لإيجاد الأعداد الأولية حتى مربع الأعداد الأولى السادس . وهكذا .

الصفحتان 40 و 41 :

37 هو 100101 ؛ 1100101 للأساس 2 هو 101 للأساس 10 .

أحجية الواحد الناقص :

في السلم الثنائي قيمة كل منزلة تنقص واحداً عن مجموع قيم المنازل التي تسبقها ففي هذه الحالة : ضاعف 64، وأنقص من المجموع واحداً .

رسائل الحاسوب : يجب أن يكتب العدد 111000
111000111 فإذا أرسلت رقماً واحداً إضافياً فقط تعرف
إذا كان هنالك خطأ، ولكن لا تعرف كيف تصلحه .

أسس أخرى : 1920 ثانية هي 32 دقيقة .

الصفحة 44 :

تطابق الأبراج : في هذه الأحجية تعتمد النتيجة على وقوع سلسلة من الحوادث . لذا تضرب احتمالاتها بعضها في بعض .

لوحة العلامات :

50 أو أكثر أنت عبقرى

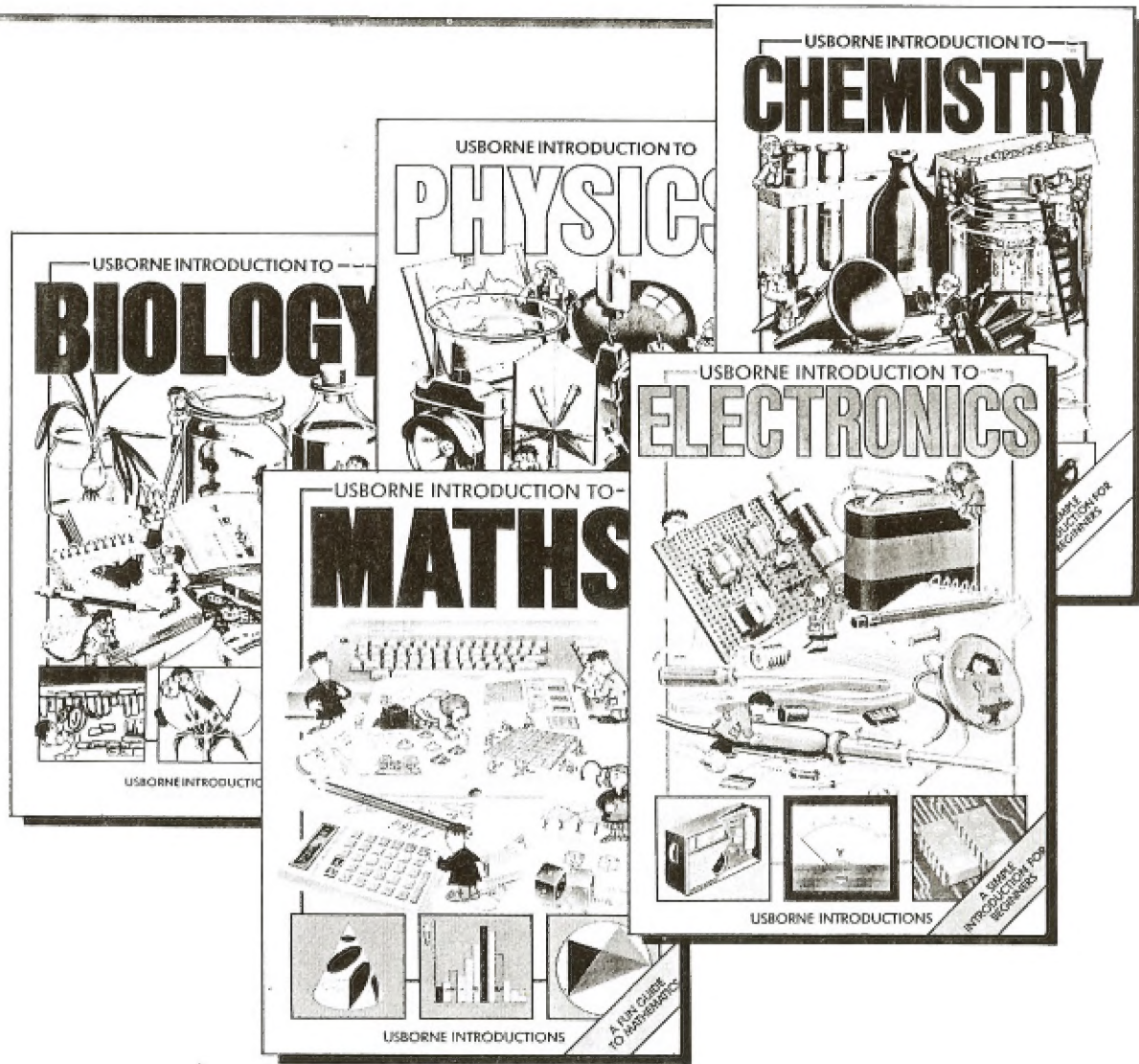
35 أو أكثر جيد . أنت رياضي جيد .

35-20 متوسط . فإذا فكرت يمكن أن تتحسن .

دون 20 لا عليك . زد من عنايتك لتحسن علامتك .

الكشاف

- اتحاد المجموعات ٢٨.
الإثنا عشري السطوح ١٩.
احتمالات ١٣، ٤٢، ٤٥.
إحداثيات ٣٢، ٣٤.
أزواج الأزواج ٤٢.
أزواج النرد ٤٢.
أس، أساس، أسس ٣٨، ٣٩، ٤١.
أسطوانة ١٧.
إشارة، إشارات ٤٠.
إقليدس ٣٦.
انحراف ٢١.
إنشاءات هندسية ٣٦، ٣٧.
أنظمة عددية ٦، ٧، ٤٠.
أولي (العدد) ٣٨، ٣٩.
أويلر ٢٢.
بابلون ٢١.
بدر - جورج ١٠.
برج - أبراج ٤٤.
برججة ١١.
بسط الكسر ٢٠، ٢٤، ٣٩.
بعد - الأبعاد الثلاثة ١٢، ١٨، ١٩.
بيان - بيانات التوزيع ٣٠، ٣١.
تبسيط الكسور ٢٤، ٢٥.
تبولوجيا ٢٢، ٢٣.
تحويل الثنائيات ٤٠.
تحويل سانتغراد - فارنهایت ٣٤.
تدوير الأعداد ٧.
تعاليم ٣.
تقاطع المجموعات ٢٨.
تقريب الجواب ٧.
تناسب ٢٦.
تنزيل، تنزيلات ٢٤.
تنصيف الزوايا ٣٧.
جبر ٣٥.
جذر تربيعي ٣٨.
جسور كونزبيرغ ٢٢.
جمع ٢٥.
حاسبة ٣، ٧، ١١، ٤٠.
حاسوب ٣، ٥، ١١، ٣٦، ٤٠، ٤١، ٤٥.
حاسوب منزلي ٤٢.
حجوم ١٩، ٢٧.
حساب الثنائيات ٤١.
حساب الزوايا ٢٠.
حساب الكسور ٦، ٧، ٢٤، ٢٥.
حل المعادلات ٣٤.
خط بياني ٣٤.
خط عمودي ١٥.
الخوارزمي ٣٥.
دائرة - دوائر ١٦، ١٧، ٢٨، ٣٦، ٣٧.
درجة ٢٠، ٢١.
دورة ٢٠.
ديكار - رينيه ٣٢.
رأس زوجي ٢٣.
رأس فردي ٢٣.
رباعي (شكل) ١٢، ١٥.
رسم بياني ٣٠، ٣٥.
رسم المعادلات ٣٥.
رقم مفيد ٥، ٧، ٤٠.
رموز رياضية ٣.
رياضيات ٣، ١٢.
زاوية - زوايا ٢٠، ٢١.
زر (أزرار) الحاسبة ٧.
سالب - سالبة ٨.
سداسي ١٢، ٢٠.
سطوح ١٤.
سلم الاحتمالات ٤٣.
شاكتالا - ديفي ١١.
شبكة ٩، ٢٢، ٢٣.
شعاع ليزر ٤.
شكل (أشكال) ١٢.
شكل معياري ٣٩.
شيفرات سرية ٣٩.
صفر ٨.
صورة ٥.
ضبط النوعية ٤٤.
ضرب ٨، ١٠، ١١، ٢٥.
ضرب الكسور ٢٥.
ضرب القوى ٣٩.
طريق الأعداد ٨.
الطريقة العشرية ٥.
عالم الأعداد ٤.
عبارة ٢٢.
عد بالعشرات
- المنقلة ٢٠، ٣٧.
النرد ٧، ٤٢، ٤٥.
النسبة التقريبية ١٦.
النسبة المئوية ٢٤، ٢٦.
نظام الإحداثيات ٣٢.
نظريات ٢٠، ٢١، ٢٧، ٣٦، ٣٧.
هكتار ١٥.
هياتيا ١٧.
وحدات القياس ١٤.
وسط، متوسط، وسيط ٣١.
اليونان القدماء ٣٦.
عدد (أعداد) أولية ٣٩.
عدد (أعداد) كبيرة وصغيرة ٦.
عدد - ثنائي الـ ٤٠، ٤١.
عقل إلكتروني ١١.
غاوس ١١.
فاصلة عشرية ٦، ٧.
فرجار ٣٦.
فسيفساء ١٣.
فن - جون ٢٩.
فيثاغورس ٢٧، ٣٨.
قاعدة الحجم ١٩.
قاعدة الحساب ٨، ٩.
قاعدة المساحة ١٥.
قذف قطعة عملة ٤٢.
قراءة الرسوم البيانية ٣٣.
قسمة القوى ٣٩.
القسمة على كسور عشرية ٧، ١٠.
قطاع الدائرة ١٦.
قطر الدائرة ٣٧.
القطع الزائدة ١٧.
القوى ٣٩.
قوى سالبة ٢٥.
لا نهاية ٥، ٢٩.
لوحة العلامات ٣.
المتجهات ٩.
متوازي الأضلاع ١٣، ١٥.
متوازي المستطيلات ١٩.
المتوسطات ٣١.
مثلث، مثلثات ١٢، ١٣، ١٥.
مجموعات ٢٨، ٢٩.
محور، محاور ٣٣.
مخروط ١٧.
مخطط فن ٢٩.
مخططات أخرى ٣٠.
مربعات ١٣، ٢٨، ٣٨.
مرصعات ١٣.
مستطيل ١٣، ١٤، ١٥.
مصفوفات ٢٩.
مضلعات ١٢، ٢٨.
مصطلحات رياضية ٤٨.
المعدل ٣١.
مقام الكسر ٢٤، ٢٥، ٣٩.
المكعبات ١٩، ٣٨.
المنطق ٣، ٢٩.



هذه السلسلة

يقع هذا الكتابُ ضمن سلسلة من الكتب العلمية الحديثة المبسطة نضعها بكلّ اعتزاز في متناول الناشئة وشبابنا الطمّوح ، وكلّنا أمل أن تُزوّدَهم بالإجابات الشّافية عن بعض ما يلحّ عليهم من تساؤلات وأن تحفّزهم على التّبحّر في شتى العلوم كي يهضموها ومن ثمّ يبدعوا فيها .